

# **Kritički osvrt na uobičajeni pristup kartografskim projekcijama**

Miljenko Lapaine



Jedan od ciljeva Hrvatskoga kartografskog društva je suradnja sa školama.

19. 10. 2021.

Poštovana kolegice Vuk,

Hrvatsko kartografsko društvo željelo bi iduće godine održati jednodnevni skup za nastavnike geografije i geodezije o kartografiji s naglaskom na kartografske projekcije.

Ima li to smisla?

Kome se obratiti?

Srdačan pozdrav,  
Miljenko Lapaine

\*\*\*\*\*

Prof. emer. Miljenko Lapaine  
Hrvatsko kartografsko društvo, predsjednik



Poštovani profesore Lapaine, hvala vam za upit. Ako ste planirali da se stručni skup evidentira u bazi ettaedu, bilo bi dobro kontaktirati savjetnice za geografiju u Agenciji za odgoj i obrazovanje i vidjeti uklapa li se takav skup u katalog za 2022. godinu. Naime, nisam sigurna je li za 2022. godinu katalog stručnih skupova već kompletiran. Nove spoznaje iz kartografije uvijek su dobrodošle nastavnicima. No, sadržaji o kartografskim projekcijama više nisu zastupljeni u gimnazijskom obrazovanju pa ne znam kakav bi bio interes nastavnika za te teme.

S poštovanjem,  
Ružica Vuk

Broj prijavljenih za radionicu	330
Učitelja	162
Srednjoškolskih nastavnika	124



## Službena podjela znanosti u Hrvatskoj

Prirodne znanosti

Tehničke znanosti



polje Geodezija -> grana Kartografija

Biomedicina i zdravstvo

Biotehničke znanosti

Društvene znanosti

Humanističke znanosti

Umjetničko područje

Interdisciplinarna područja znanosti

Interdisciplinarna područja umjetnosti

U važećem kurikulumu geografije riječ  
**geodezija** ne spominje se ni jedanput!

Kartografska pismenost ...

Ima li kartografija kakve veze s geodezijom?

Redovito obrazovanje geodetskog tehničara obavlja:

1. Geodetska tehnička škola u Zagrebu

Polivalentne škole su:

2. Graditeljsko-geodetska škola u Osijeku

3. Građevinska tehnička škola u Rijeci

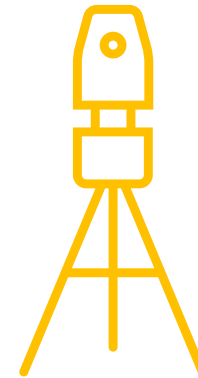
4. Tehnička škola u Puli

5. Graditeljsko-geodetska tehnička škola u Splitu i

6. Srednja škola A. M. Reljkovića u Slavanskom Brodu.

7. Obrtnička i tehnička škola Dubrovnik

8. Graditeljska škola Čakovec



Udžbenika za geodeziju i kartografiju gotovo nema.  
Hrvatski jezik ...





Uočimo najprije neke pogreške

## Pogrešno

Geodezija je znanost o ...

Geoid nije matematički definirano tijelo ...

Kugla, tj. sfera ...

Geodetski plan je nedeformirani prikaz ...

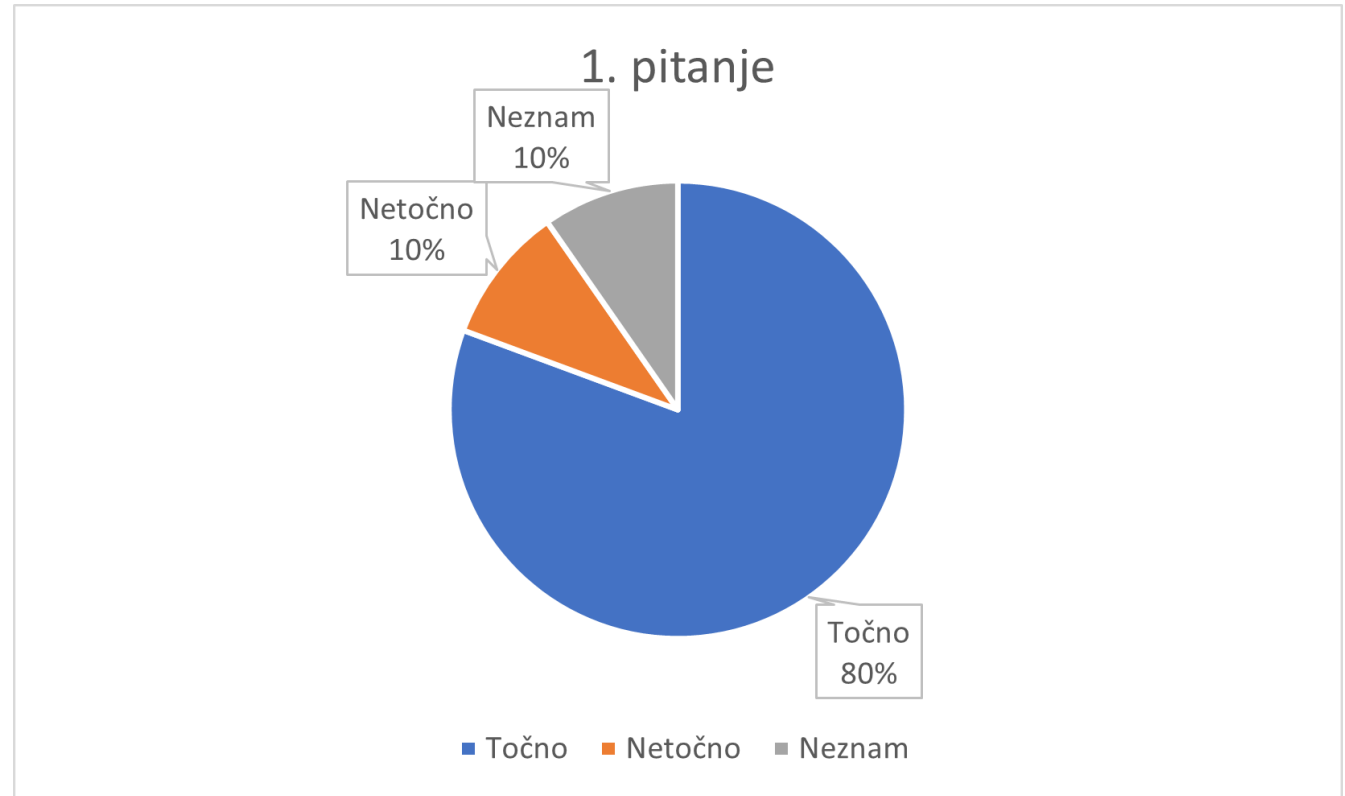
Karta je smanjeni, deformirani i generalizirani prikaz dijela

Zemljine površine na ravnini.

## Pogrešno

Ploha rotacijskog elipsoida ili sfere (Zemlja) može se projicirati tj. preslikati:

- Na ravninu koja dodiruje Zemlju u nekoj točki
- Na plašt geometrijskog tijela (valjaka ili stošca) koji se može razviti u ravninu i dodiruju Zemlju u liniji



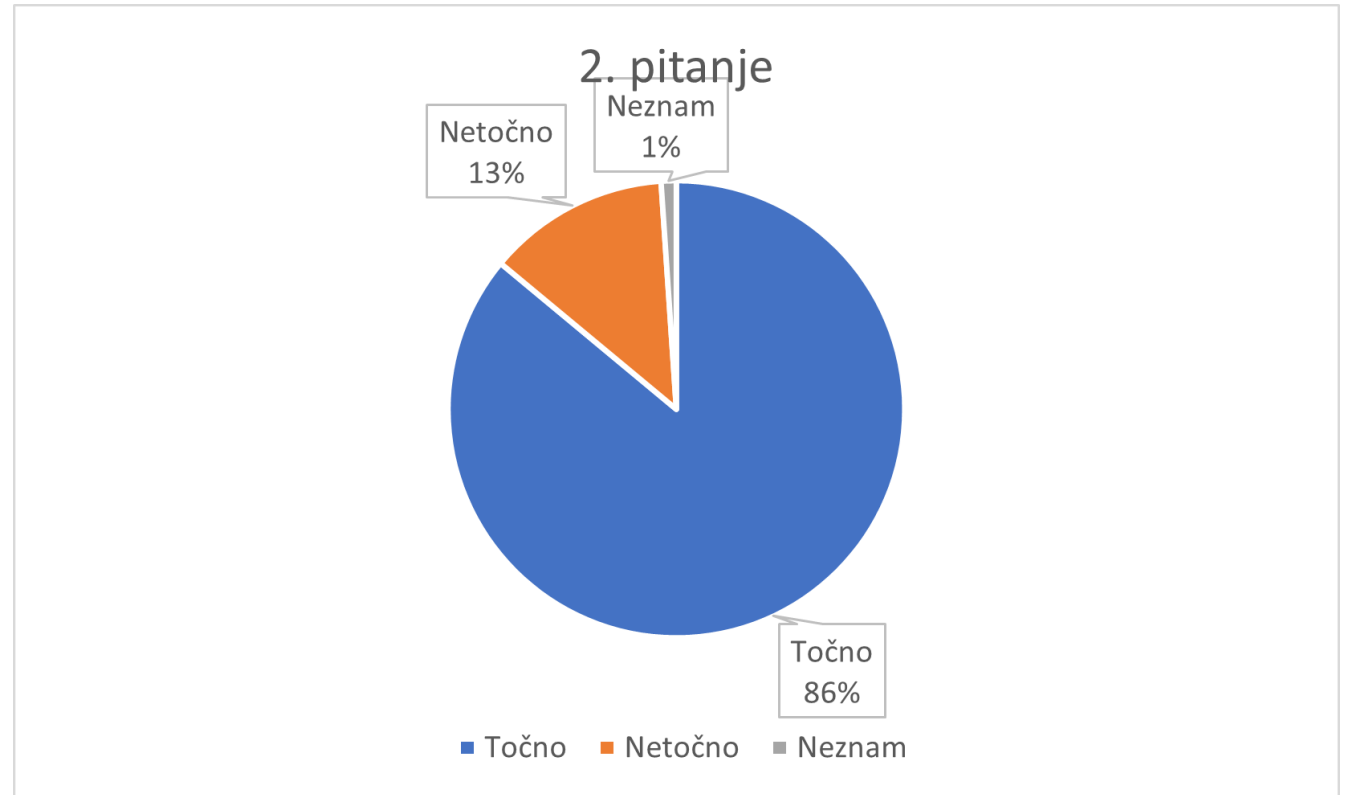
Provjera znanja prije radionice pokazala je da  $80\%+10\%=90\%$  ispitanika treba pomoć.

## Pogrešno

S obzirom na plohu preslikavanja  
projekcije mogu biti:

Cilindrične - Zemlja se preslikava na plašt  
valjka ili cilindra

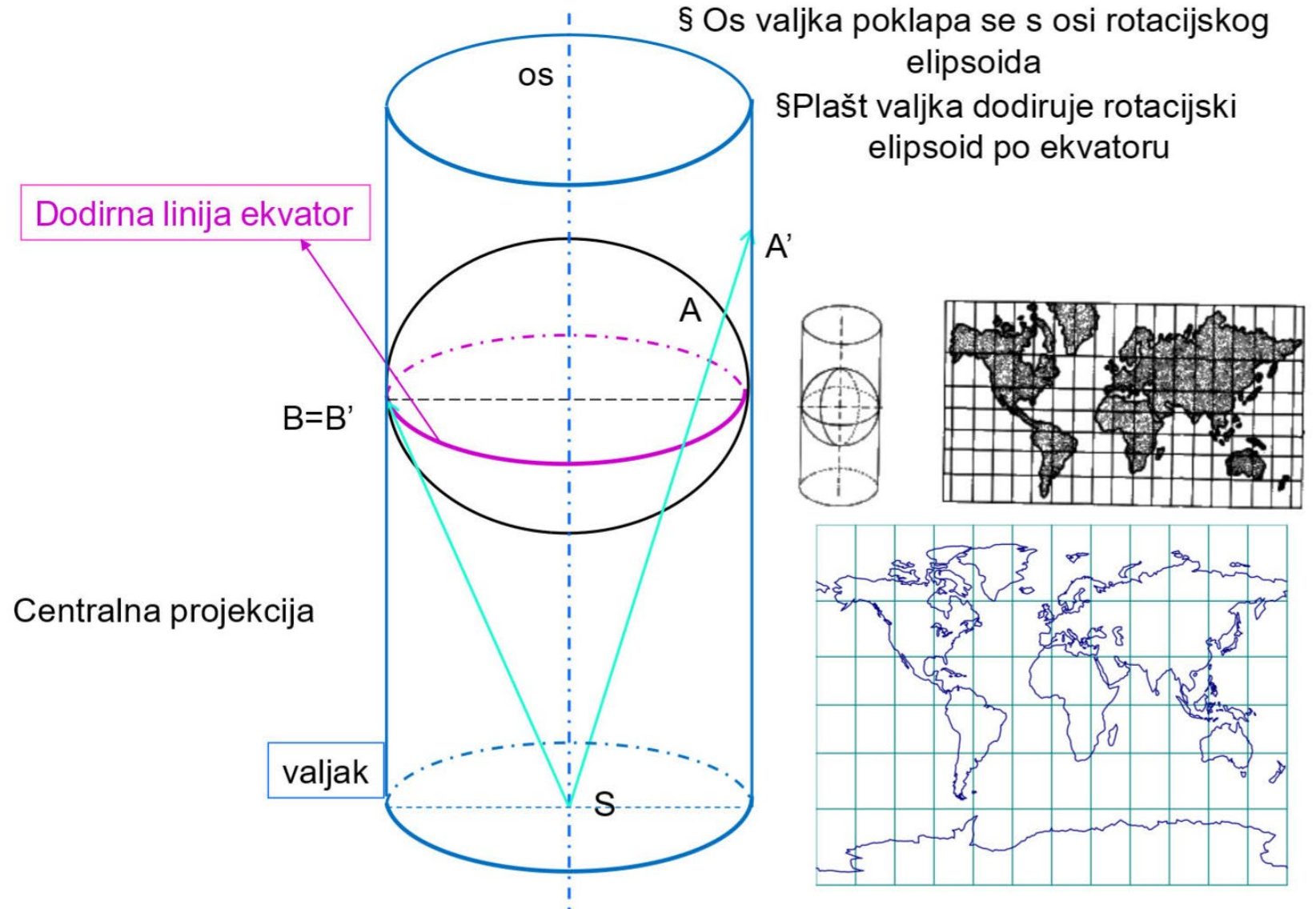
Konusne - Zemlja se preslikava na plašt  
stošca ili konusa

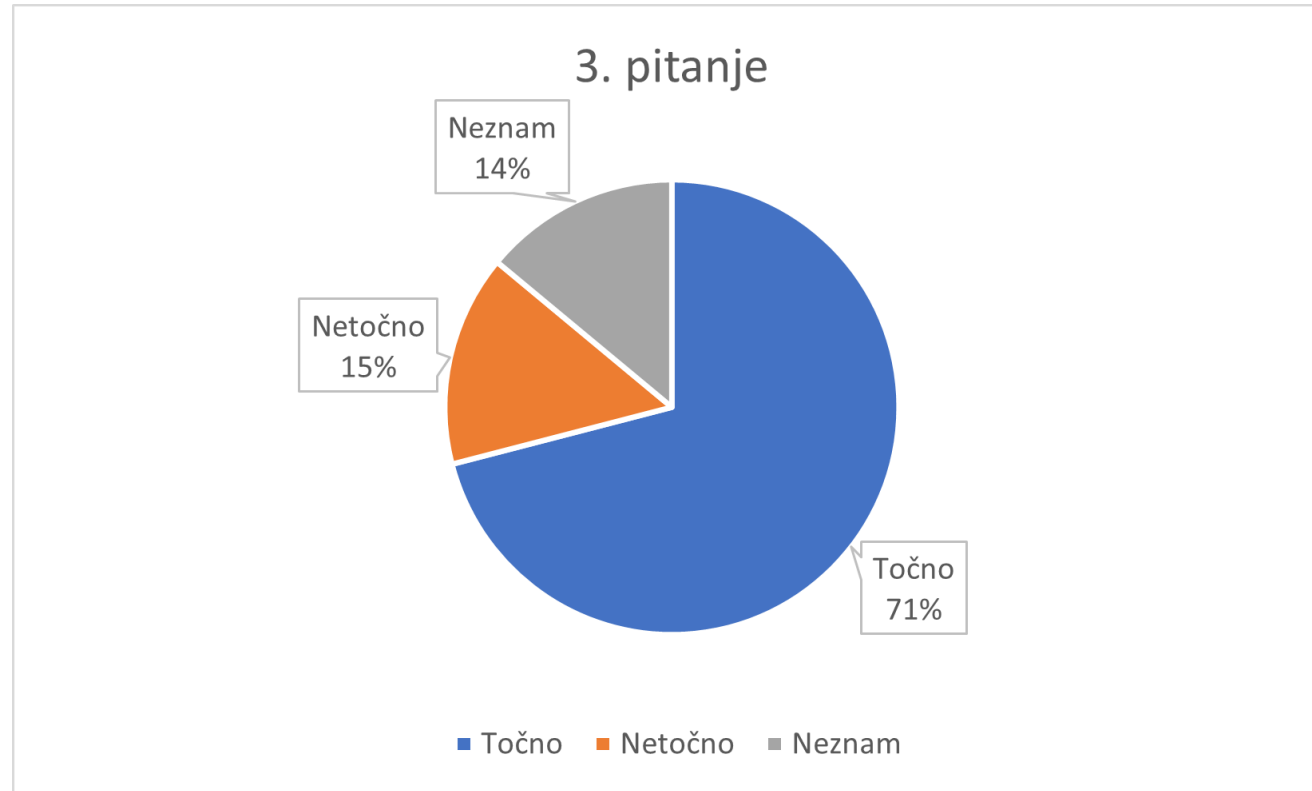


Provjera znanja prije radionice pokazala je da  
 $86\% + 1\% = 87\%$  ispitanika treba pomoć.

Pogrešno

## Uspravne (ili polarne) cilindrične (valjkaste) projekcije:





Provjera znanja prije radionice pokazala je da  $71\%+14\%=85\%$  ispitanika treba pomoć.

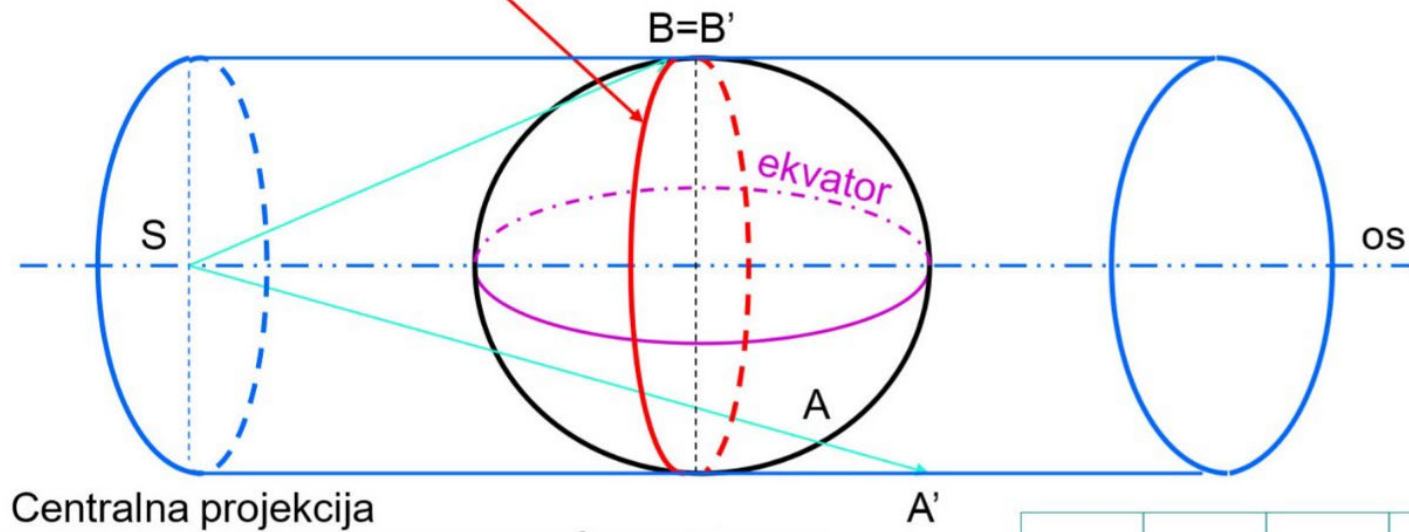
Pogrešno

## Poprečne (transferzalne) cilindrične (valjkaste) projekcije:

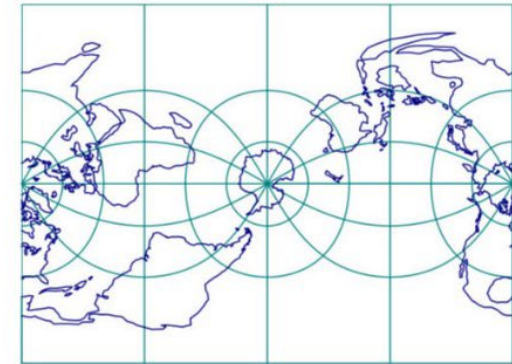
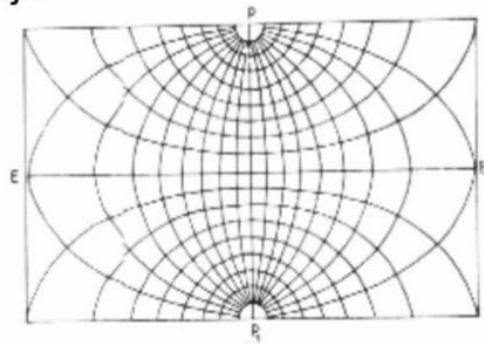
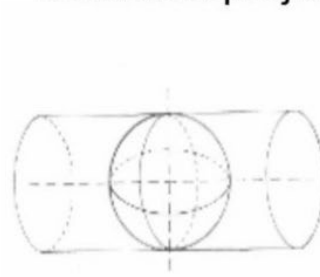
SOs valjka leži u ravnini ekvatora

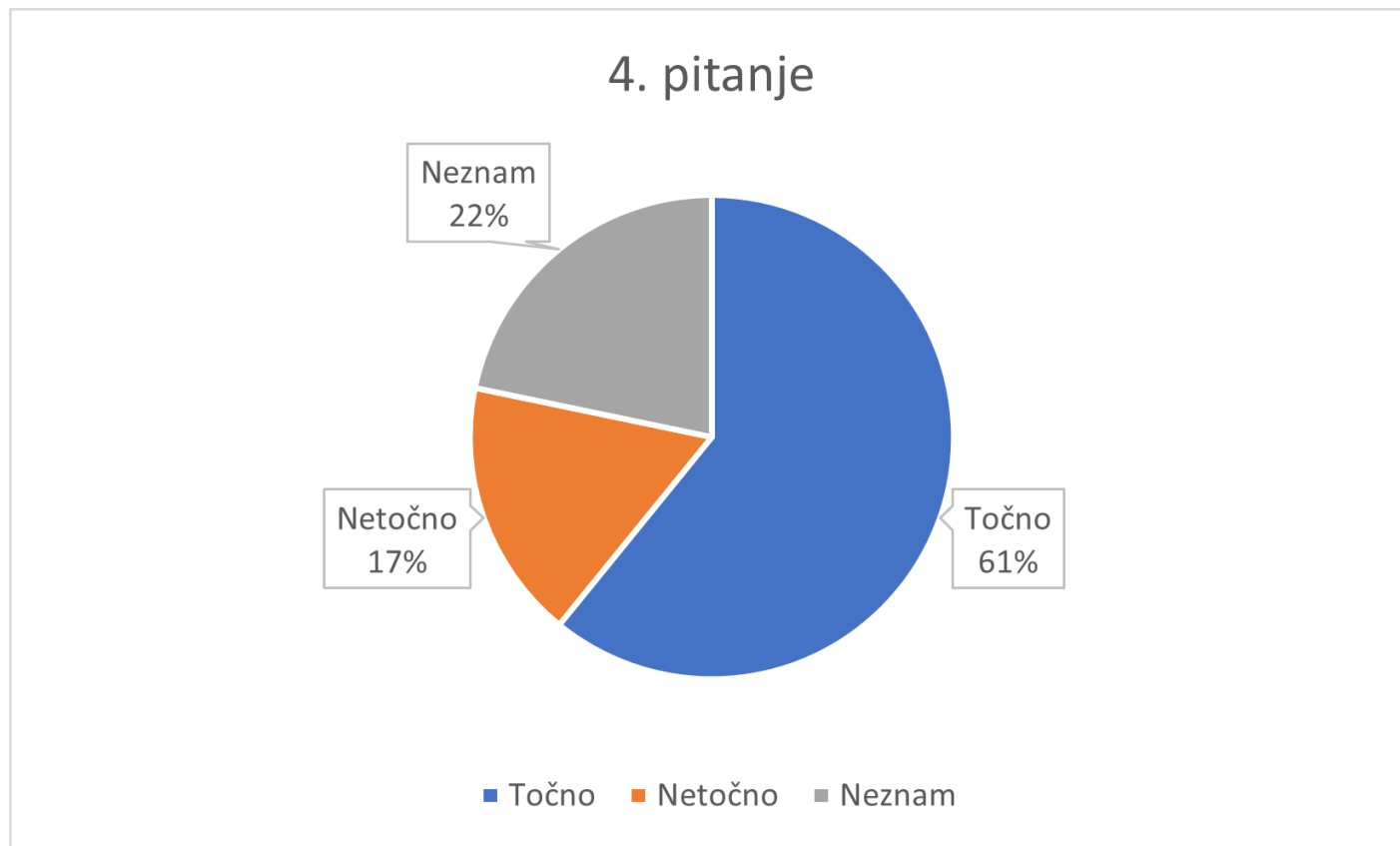
ŠPláš valjka dodiruje rotacijski elipsoid po meridijanu

dodirna linija meridijan



Centralna projekcija





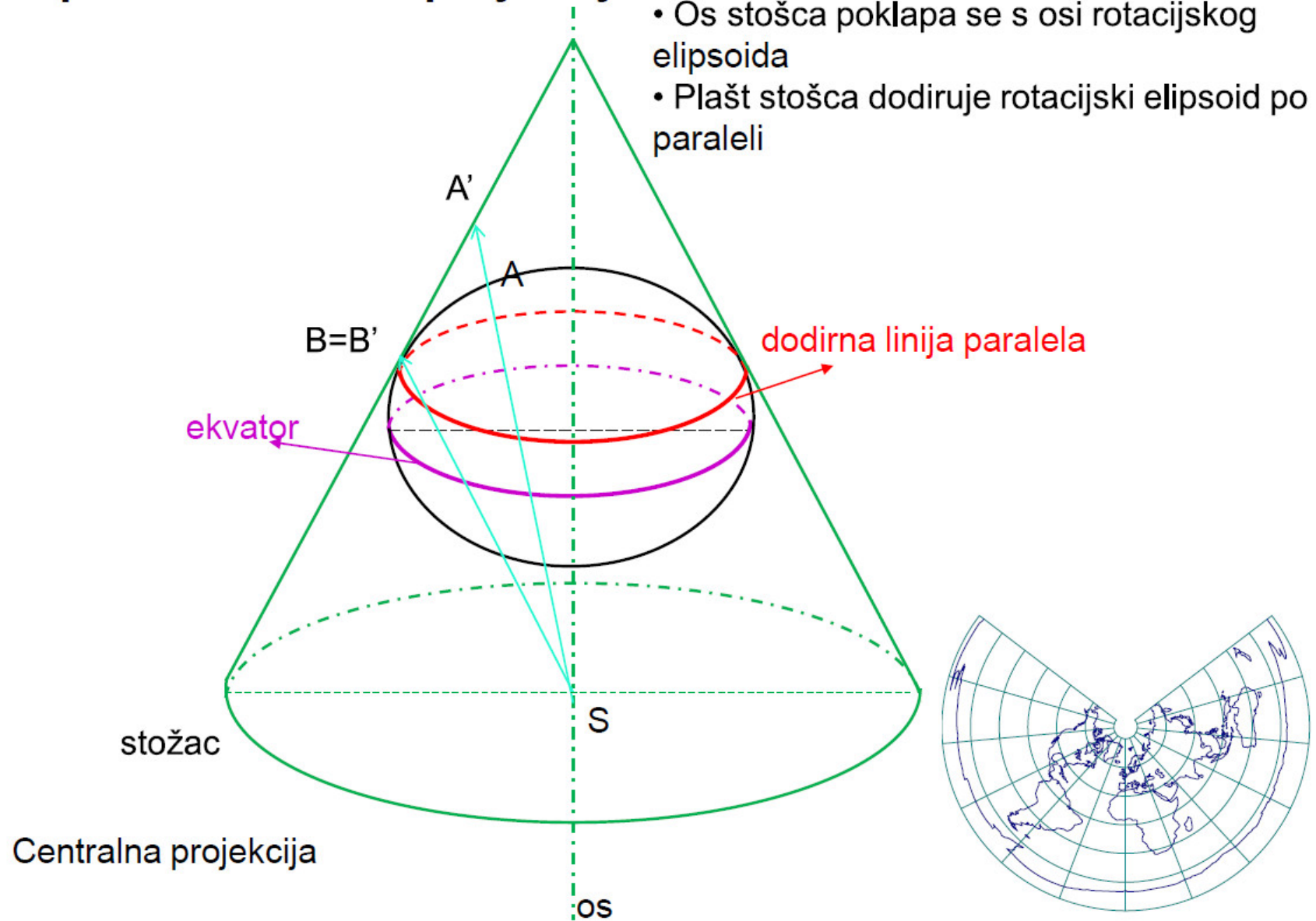
Provjera znanja prije radionice pokazala je da  $61\%+22\%=83\%$  ispitanika treba pomoć.



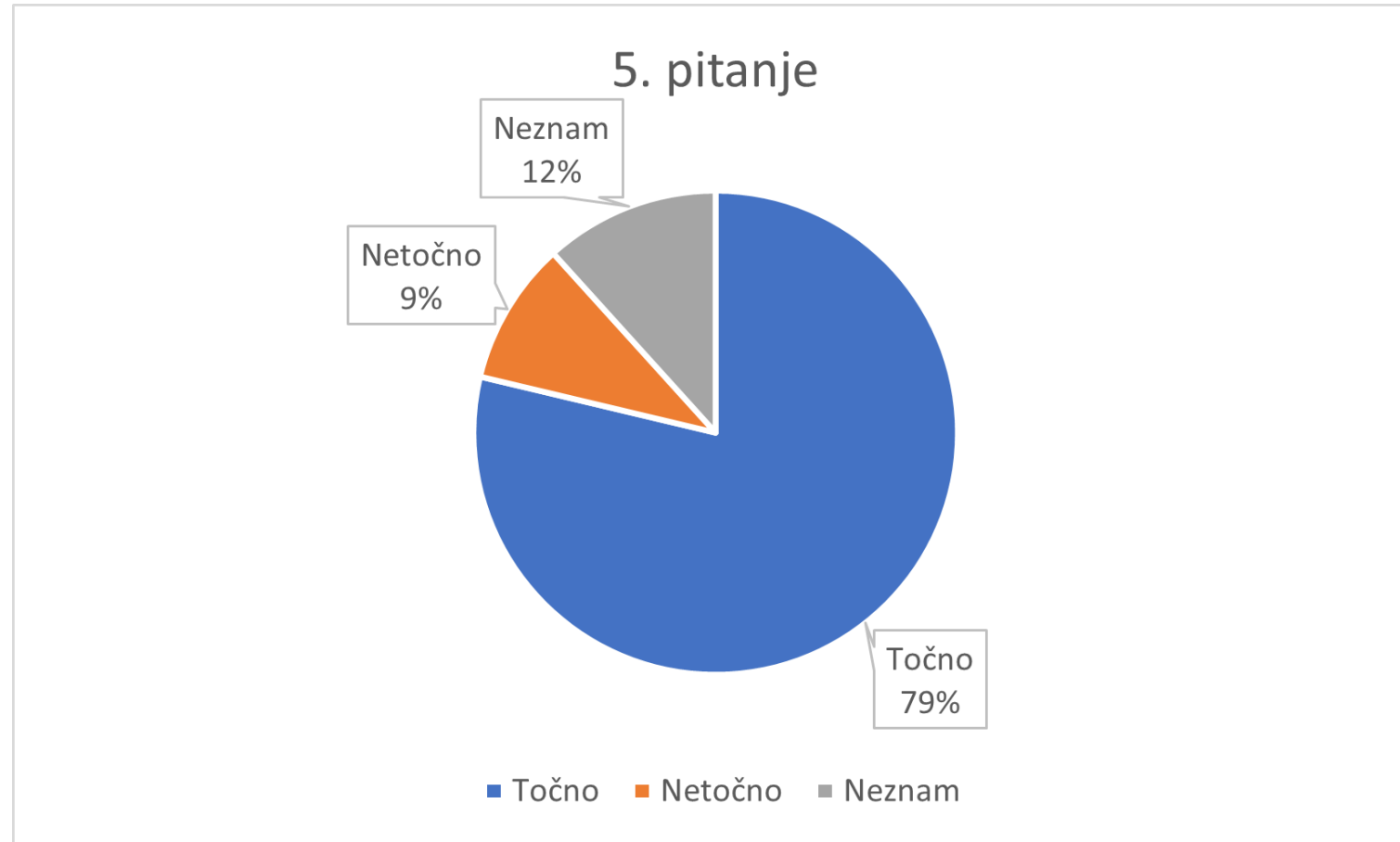
Pogrešno

## Uspravna konusna projekcija:

- Os stošca poklapa se s osi rotacijskog elipsoida
- Plašt stošca dodiruje rotacijski elipsoid po paraleli



Centralna projekcija

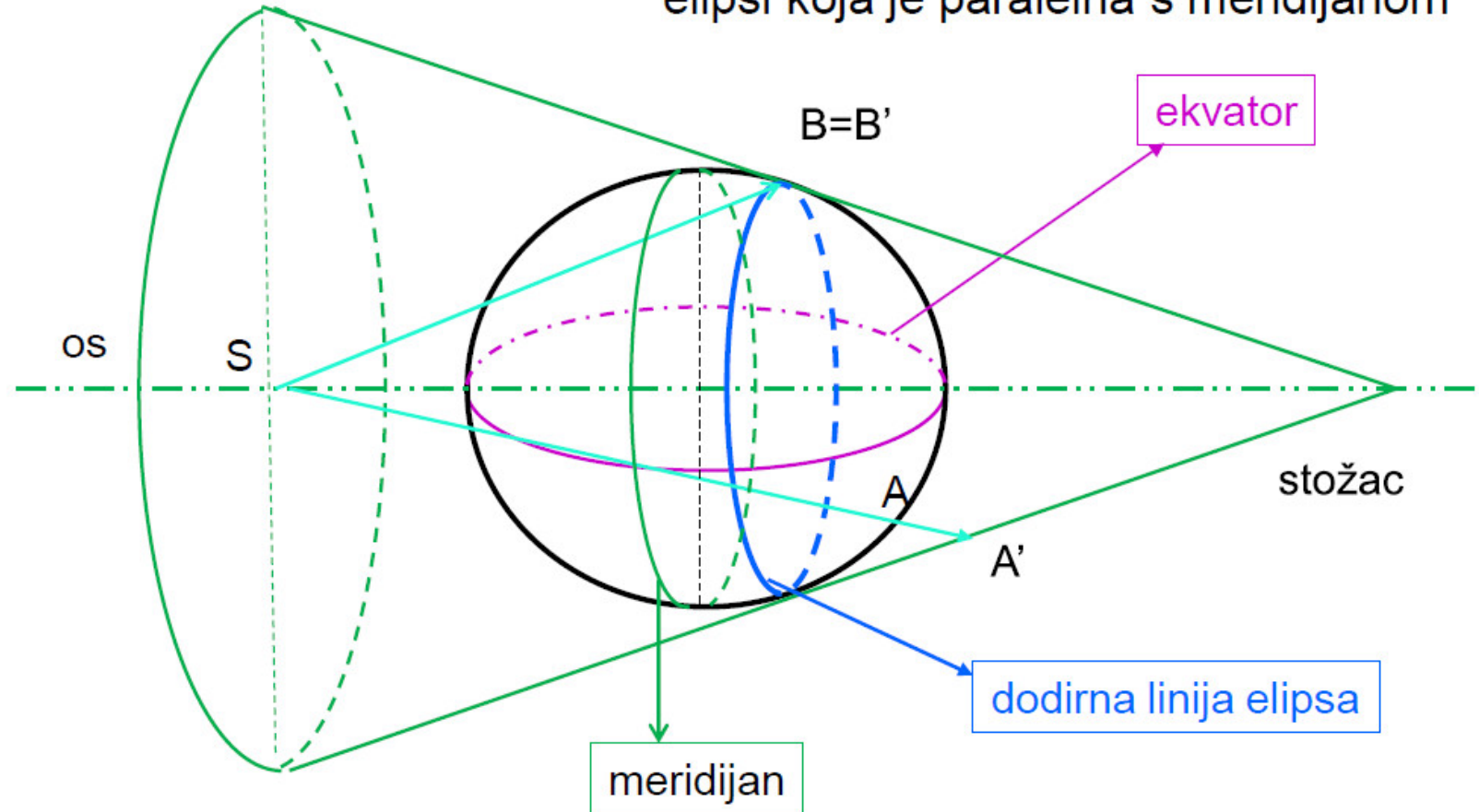


Provjera znanja prije radionice pokazala je da  $79\%+12\%=91\%$  ispitanika treba pomoć.

Pogrešno

## Poprečna konusna projekcija:

- Os stošca leži u ravnini ekvatora
- Plašt stošca dodiruje rotacijski elipsoid po elipsi koja je paralelna s meridijanom



Centralna projekcija

## **Gauß-Krügerova projekcija (općenito)**

Zemlja je preslikana na niz valjaka (120) tkz. zone preslikavanja širine  $3^\circ$ .

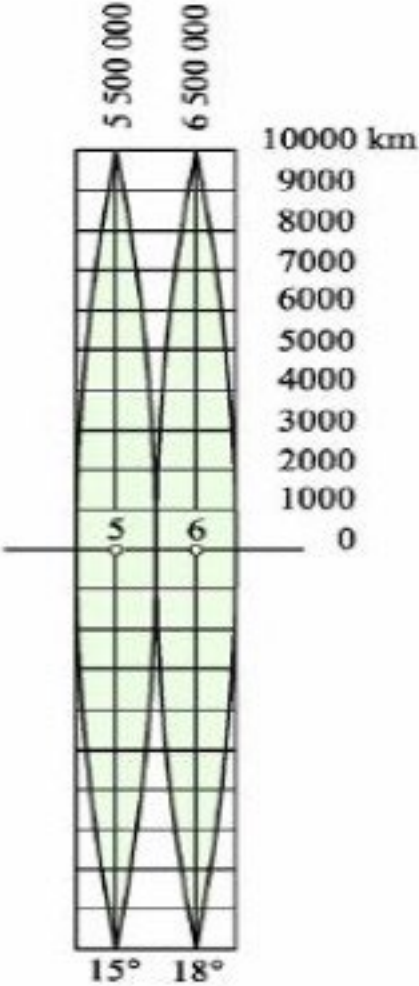
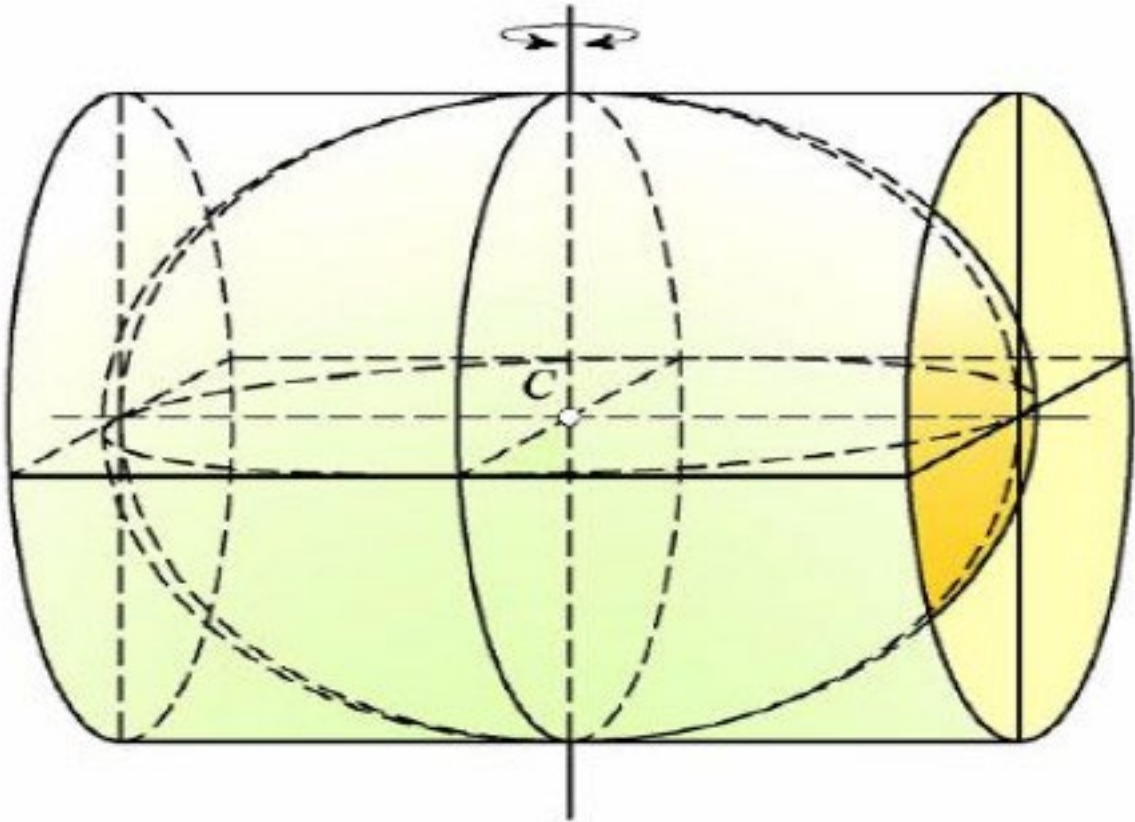
Dodirni je svaki treći meridijan računajući od Greenwich-kog meridijana.

Plašt valjka dodiruje odabrani meridijan i on se naziva središnji meridijan.

Ishodište koordinatnog sustava je u presjeku središnjeg meridijana i ekvatora.

Gauß-Krügerova projekcija je transverzalna ili poprečno cilindrična projekcija, a obzirom na deformacije ona je konformna.

Pogrešno

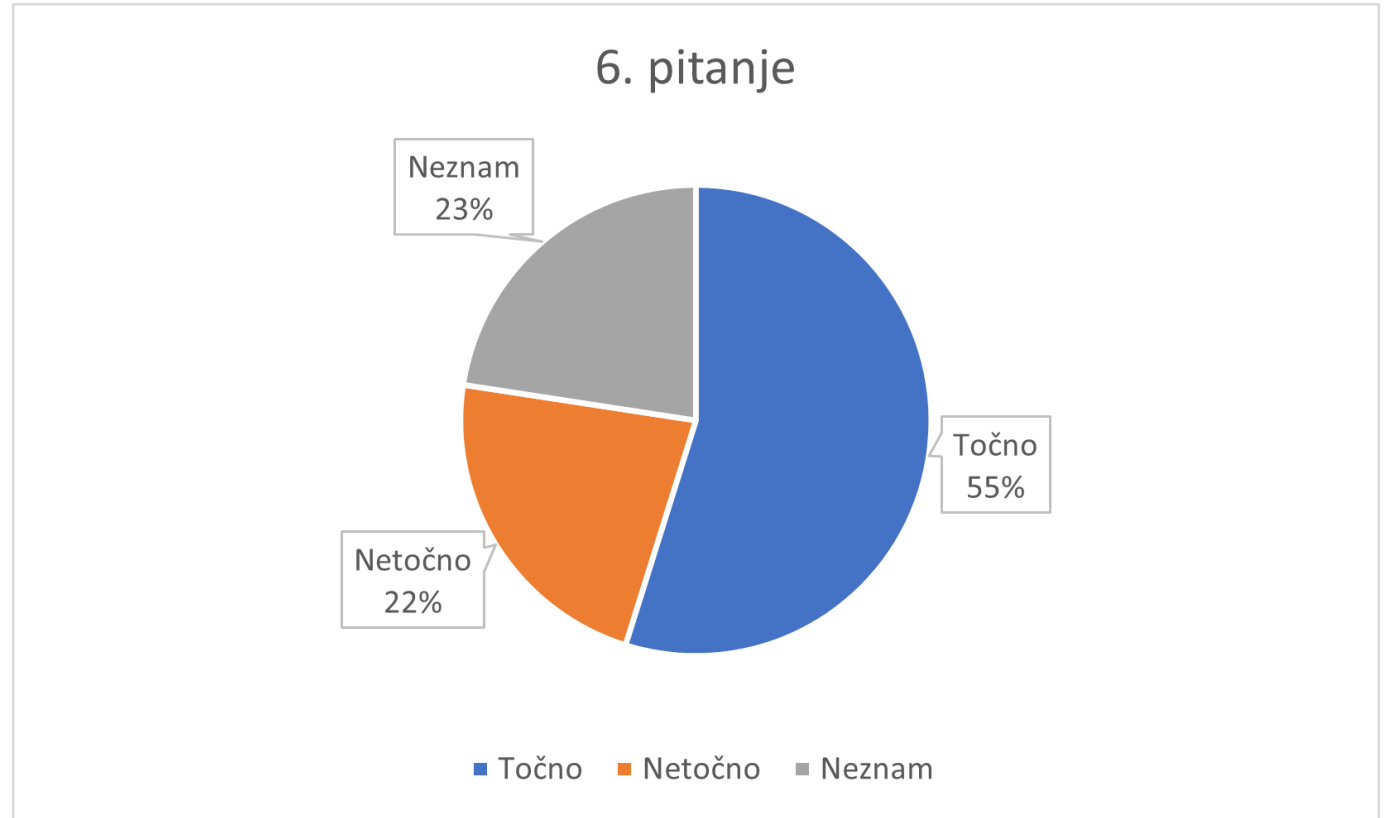


## Pogrešno

Poprečna Mercatorova (Gauss-Krügerova)  
**-TM za Hrvatsku**

Hrvatska je preslikana na **jedan valjak**,  
koji dodiruje elipsoid po meridijanu  $16^{\circ}30'$ ,  
te ima jednu zonu širine  $6^{\circ}$

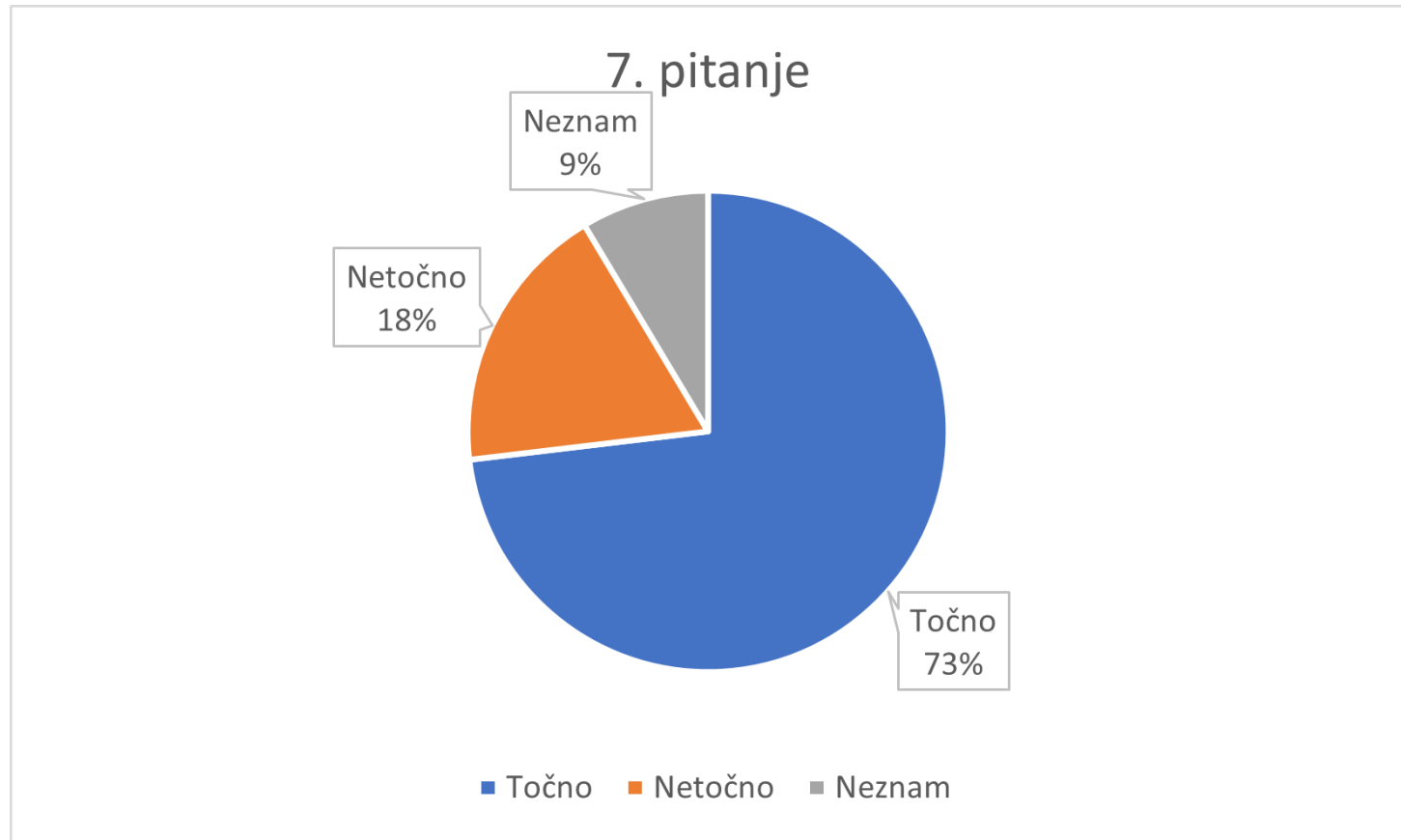
Projekcija je transverzalna (poprečno)  
cilindrična, konformna, središnji meridijan je  
 $16^{\circ}30'$ , preslikava se u pravoj veličini ili je  
mjerilo uzduž njega konstantno.



Provjera znanja prije radionice pokazala je da  
 $55\%+23\%=78\%$  ispitanika treba pomoć.

## Pogrešno

Geodetski plan je nedeformirani prikaz manjeg dijela Zemljine površine i detalja koji se na tom zemljištu nalaze u određenom mjerilu.



Provjera znanja prije radionice pokazala je da  $73\%+9\%=82\%$  ispitanika treba pomoć.

Pogrešno -> Ispravno



Ispravno

~~Geodezija je znanost o ...~~

Kad bi geodezija bila znanost onda bi svi geodeti bili znanstvenici, a to nije tako.

**Geodezija je tehnika i znanost ...**

Ispravno

~~Geoid nije matematički definiran ...~~

Kad bi to bilo istina, onda bi to bio neki filozofski pojam, pa ne bismo mogli računati npr. geoidne undulacije itd.

**Geoid je matematički definiran** kao ploha konstantnog potencijala Zemljine sile teže. Formula  $P = const.$

P.S. S tim pojmom ne bi trebalo opterećivati srednjoškolce, a u kartografiji nam ionako ne treba.

Ispravno

~~Kugla, tj. sfera ...~~

**Kugla i sfera nije jedno te isto.** Kao što razlikujemo krug i kružnicu, tako razlikujemo kuglu i sferu. U kartografiji je riječ o sferi, a ne o kugli.

Ispravno

~~**Geodetski plan je nedeformirani prikaz ...**~~

~~Karta je smanjeni, deformirani i generalizirani prikaz dijela Zemljine površine na ravnini.~~

**Geodetski plan je deformirani prikaz**, jer je to karta.

Slavni L. Euler je prije više od 200 godina dokazao da se sfera ne može preslikati u ravninu bez deformacija.

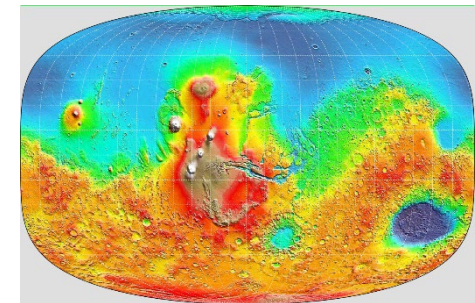
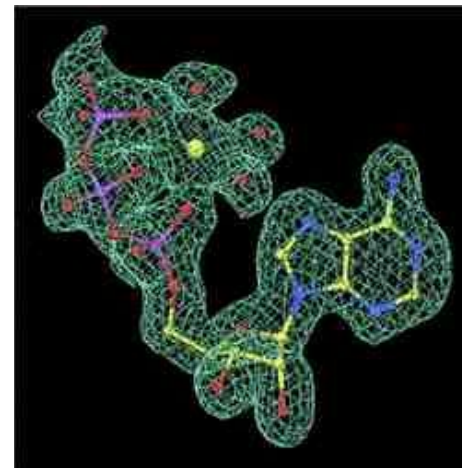
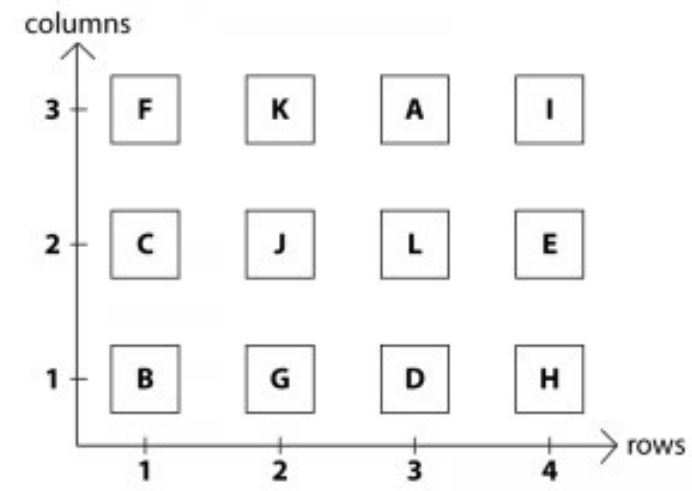


Ispravno

~~Karta je smanjeni, deformirani i generalizirani prikaz dijela Zemljine površine na ravnini.~~

Karta je generalizirani prikaz prostornih odnosa.

P.S. Razlikujemo preslikavanje na ravninu i u ravninu.



Ispravno

Ploha rotacijskog elipsoida ili sfere (Zemlja) može se projicirati tj. preslikati:

- a) Na ravninu **koja dodiruje Zemlju u nekoj točki**
- b) Na plašt geometrijskog tijela (valjaka ili stošca) **koji se može razviti u ravninu i dodiruju Zemlju u liniji**

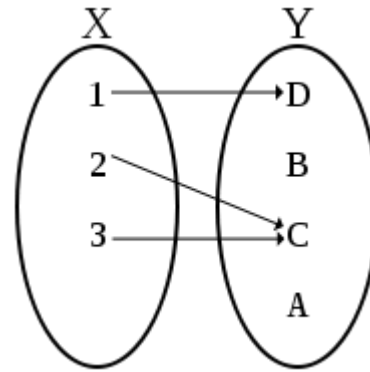
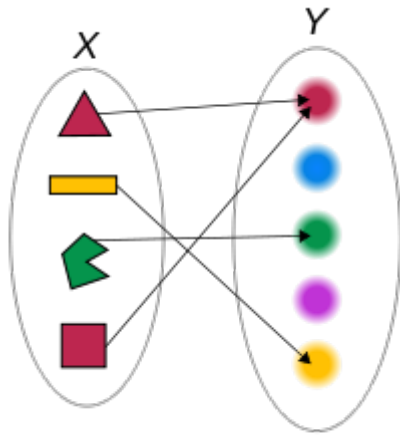
**Kartografska projekcija je preslikavanje u ravninu.**

Pri tome općenito nema nikakvog dodirivanja, a ni valjka ni stošca.

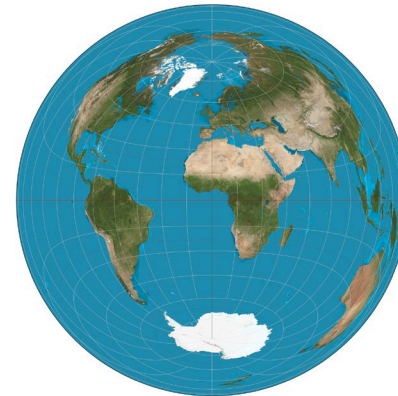


$x \xrightarrow{f} y$





Projekcija u kartografiji je ono što u matematici zovemo preslikavanje



Ispravno

~~**S obzirom na plohu preslikavanja** projekcije mogu biti:~~

~~Cilindrične - Zemlja se preslikava na plašt valjka ili cilindra~~

~~Konusne - Zemlja se preslikava na plašt stošca ili konusa~~

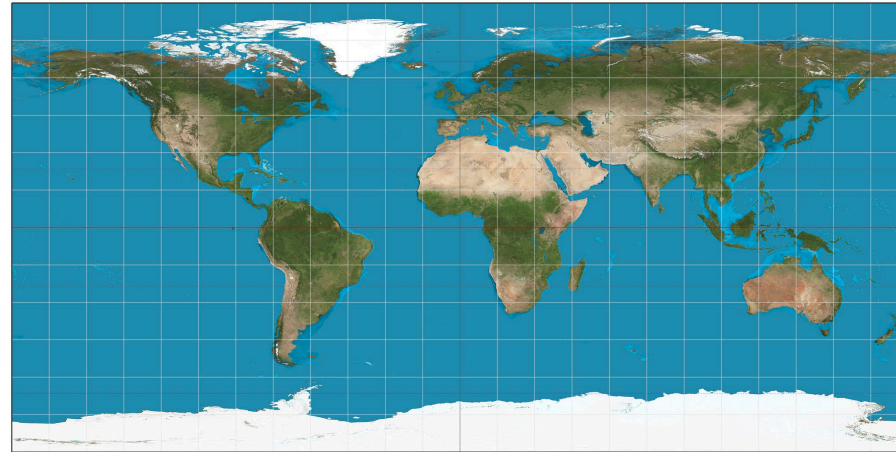
**S obzirom na plohu u koju se karta može saviti**

projekcije mogu biti cilindrične ili konusne.



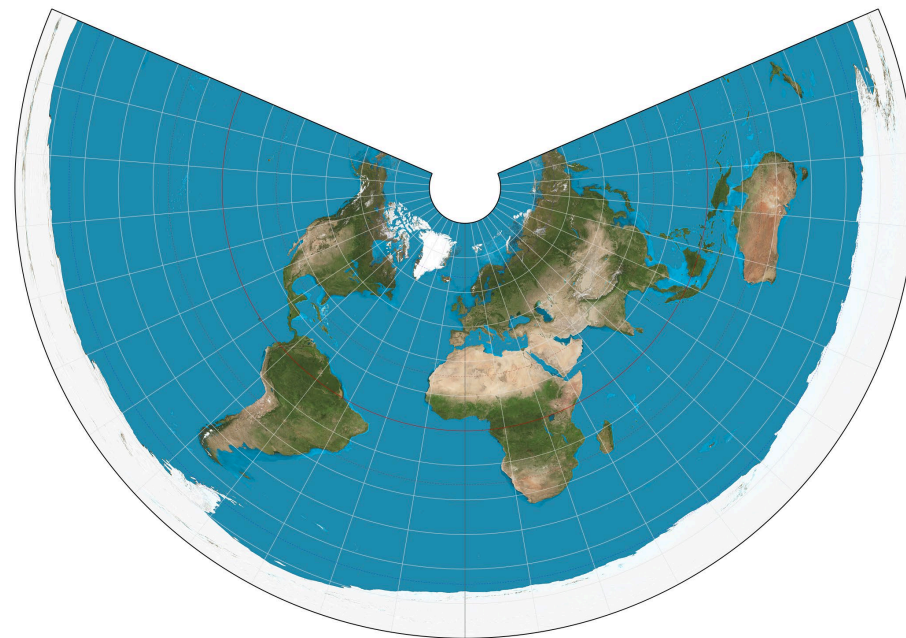
Ispravno

Karta izrađena u cilindričnoj projekciji može se saviti u plašt cilindra.



Ispravno

Karta izrađena u konusnoj projekciji može se saviti u plašt konusa.



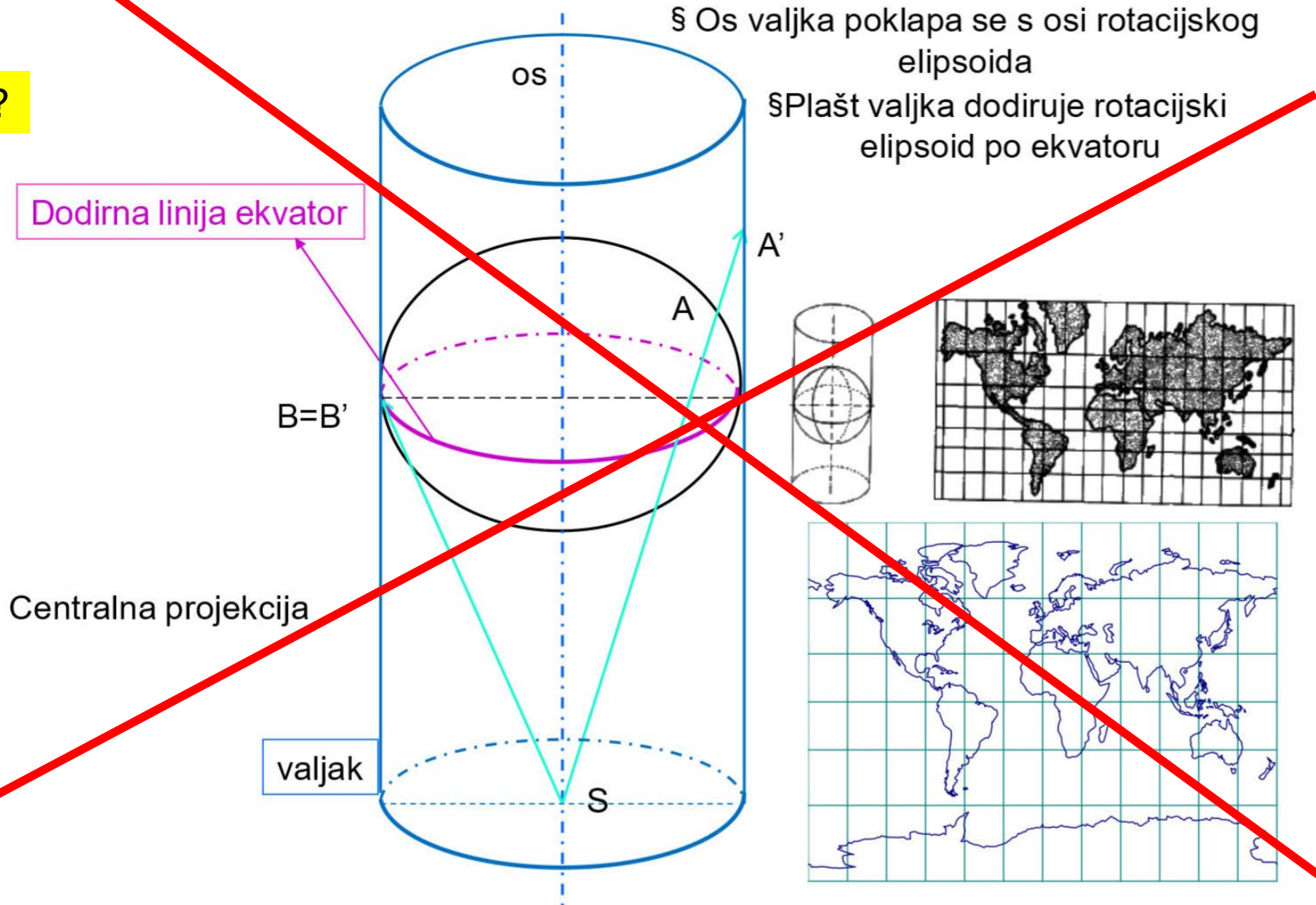
Pogrešno

## Uspravne (ili polarne) cilindrične (valjkaste) projekcije:

Polarna cilindrična projekcija?

Dvije karte s desne strane ne mogu nastati centralnom projekcijom na plašt valjka?!

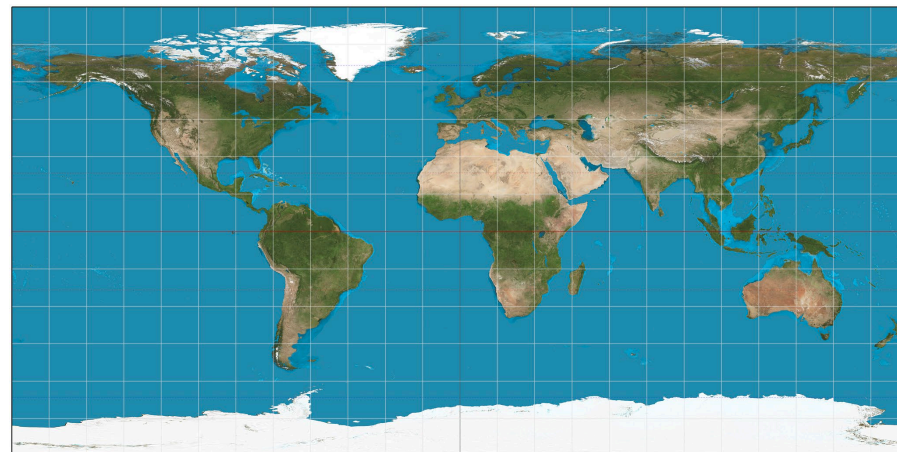
?



*lat.* transferre: prenijeti

*lat.* transversus: poprečan

Ispravno



Uspravna ekvidistantna cilindrična projekcija

$$x = \lambda, \quad y = \varphi$$

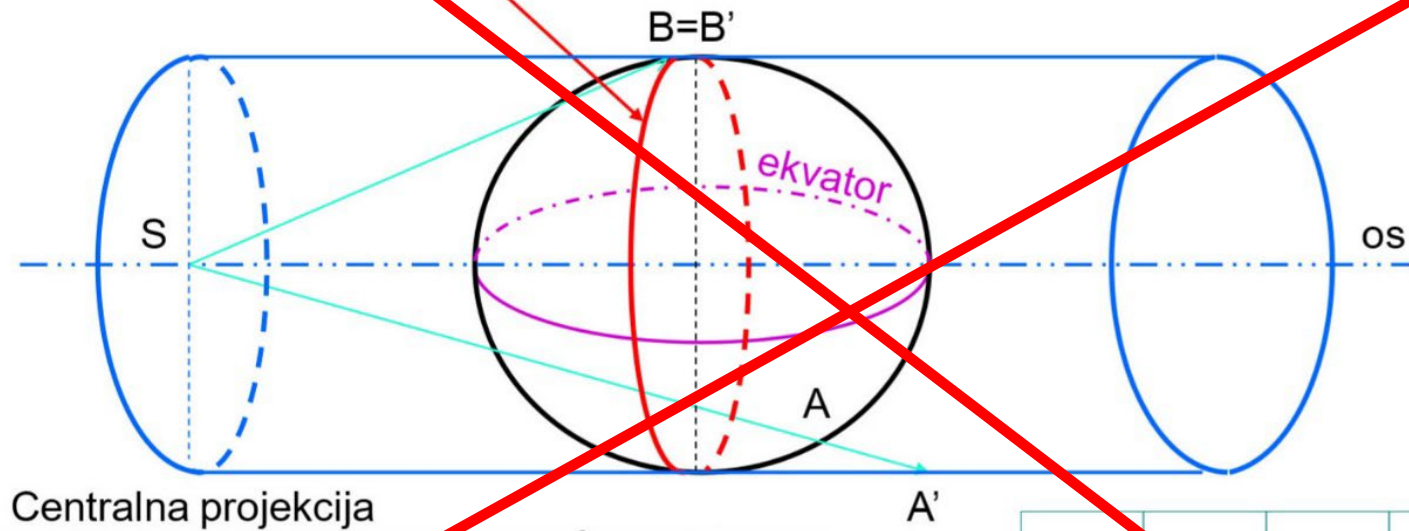
Pogrešno

## Poprečne (transferzalne) cilindrične (valjkaste) projekcije:

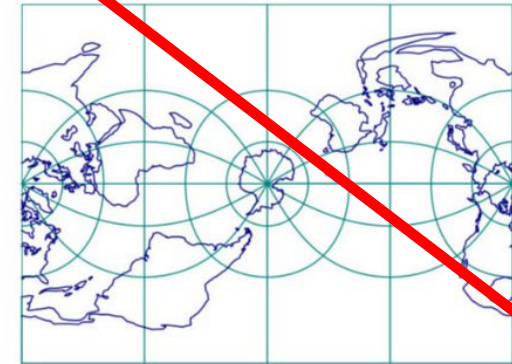
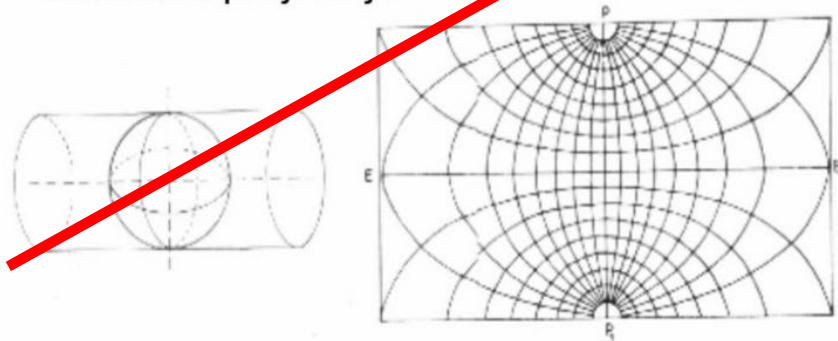
SOs valjka leži u ravnini ekvatora

ŠPláš valjka dodiruje rotacijski elipsoid po meridijanu

dodirna linija meridijan



Centralna projekcija



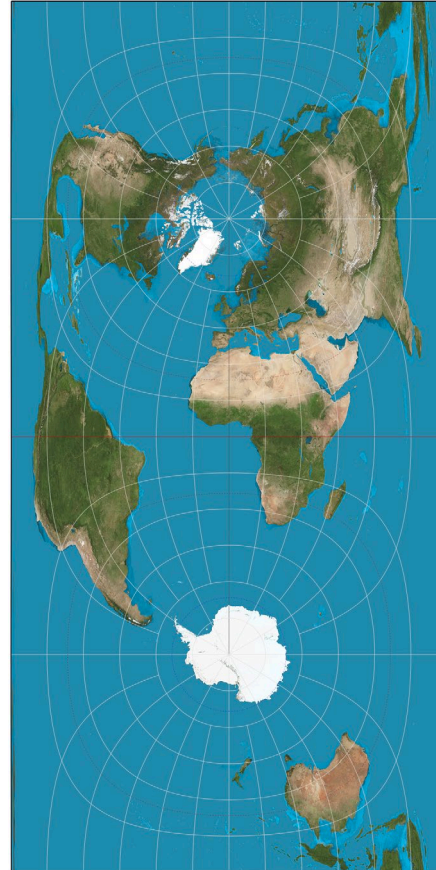
Transferzalna  
ili transverzalna?

Eliptički valjak?

Dvije karte desno dolje ne  
mogu nastati centralnom  
projekcijom na plašt  
valjka?!

?

Ispravno



Poprečna Cassinijeva cilindrična projekcija

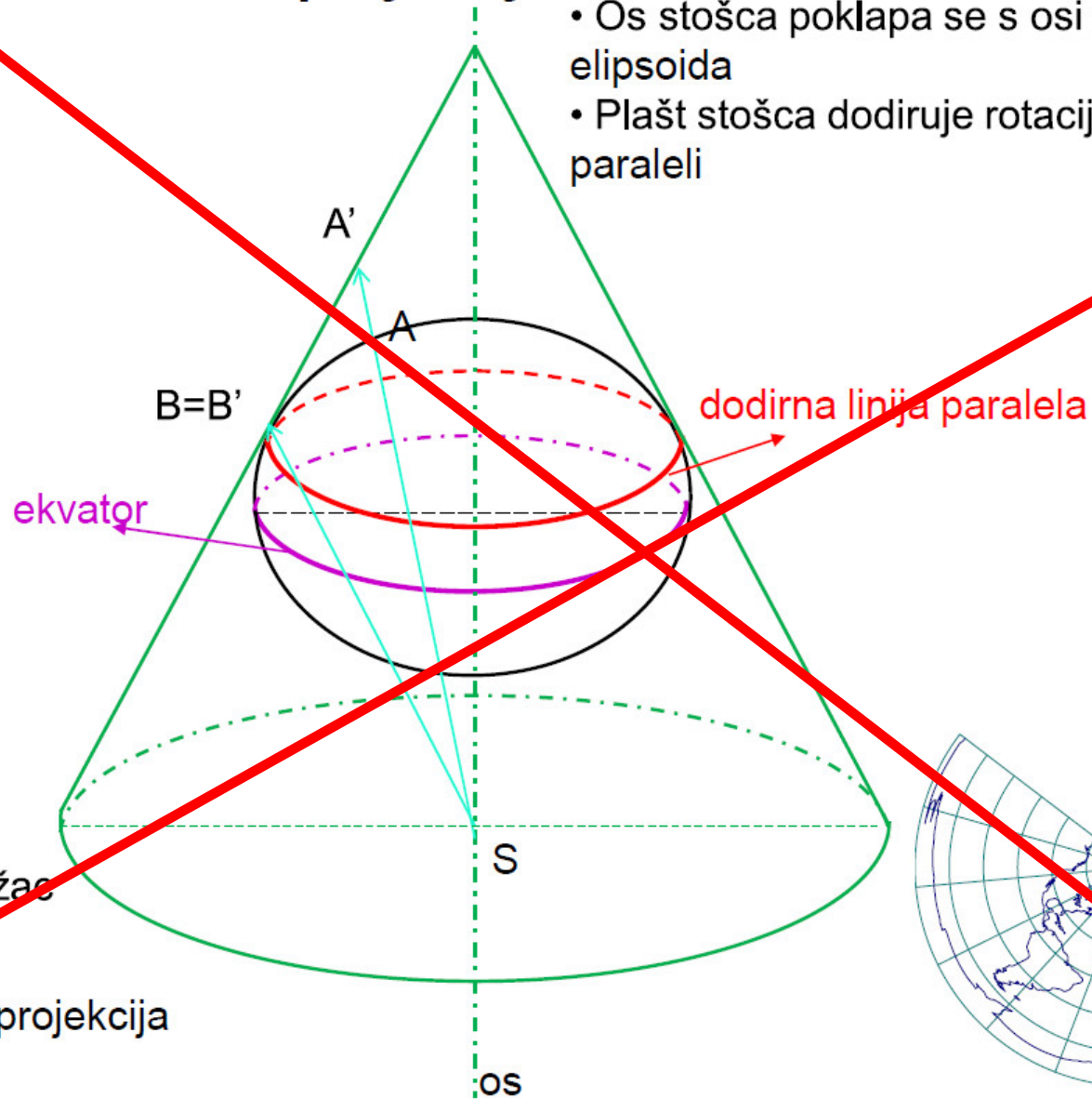
$$x = R \arcsin (\cos \varphi \sin \lambda)$$

$$y = R \arctan (\tan \lambda / \cos \varphi)$$

Pogrešno

## Uspravna konusna projekcija:

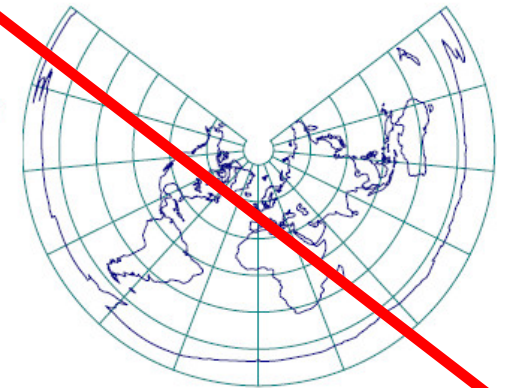
- Os stošca poklapa se s osi rotacijskog elipsoida
- Plašt stošca dodiruje rotacijski elipsoid po paraleli



Karta desno dolje ne može nastati centralnom projekcijom na plašt stošca?!

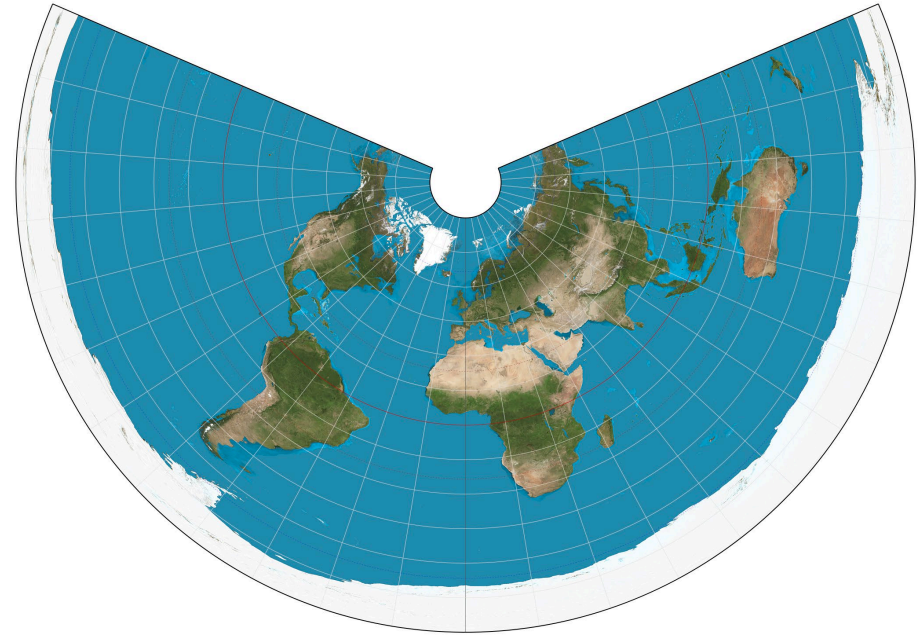
?

Centralna projekcija





Ispravno



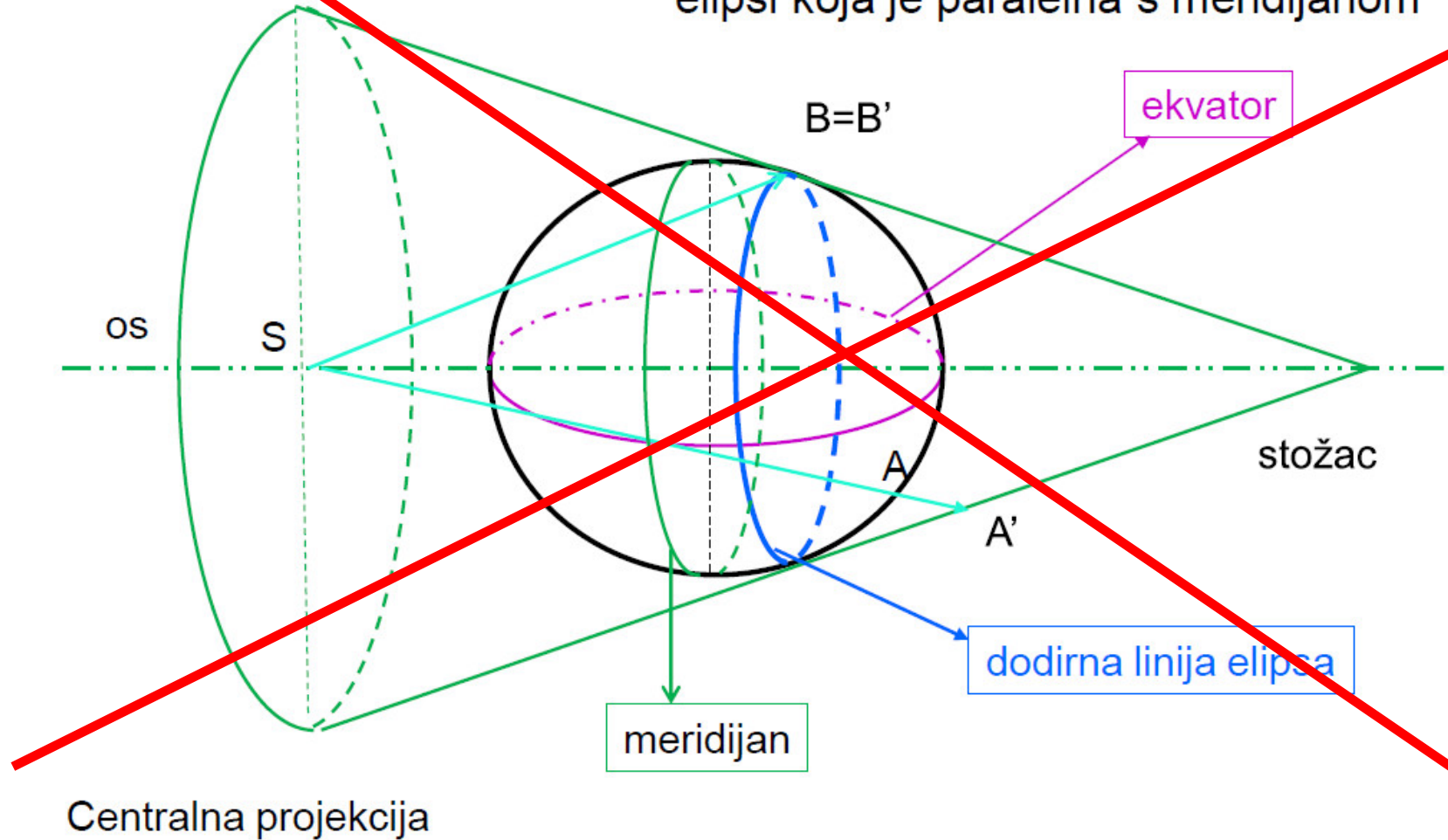
Uspravna ekvidistantna konusna projekcija

$$\rho = \frac{R}{k} \cos \varphi, \quad \delta = k\lambda$$

Pogrešno

## Poprečna konusna projekcija:

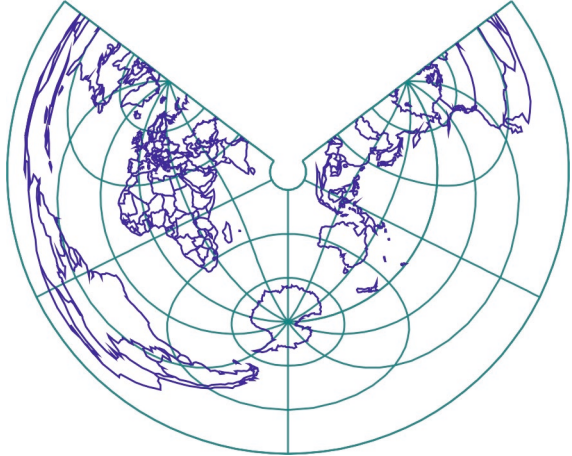
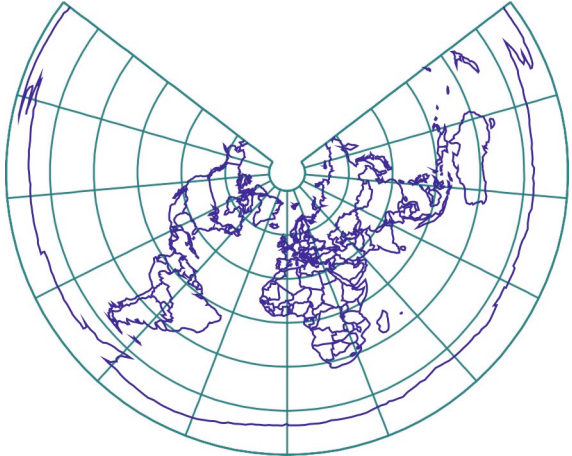
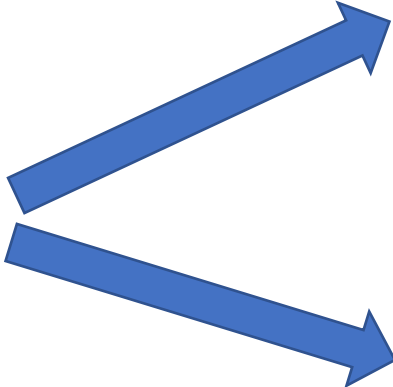
- Os stošca leži u ravnini ekvatora
- Plašt stošca dodiruje rotacijski elipsoid po elipsi koja je paralelna s meridijanom



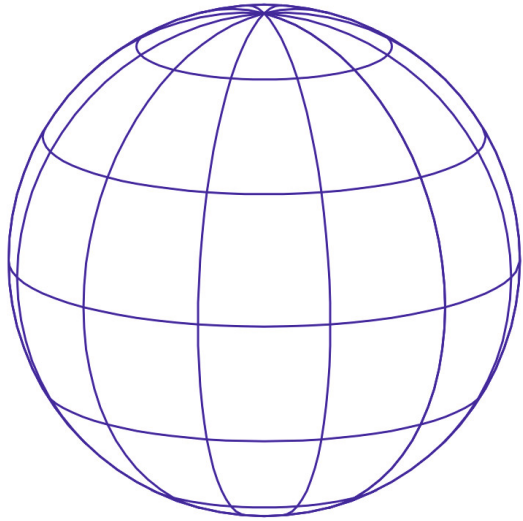
Eliptički stožac?

?

Ispravno

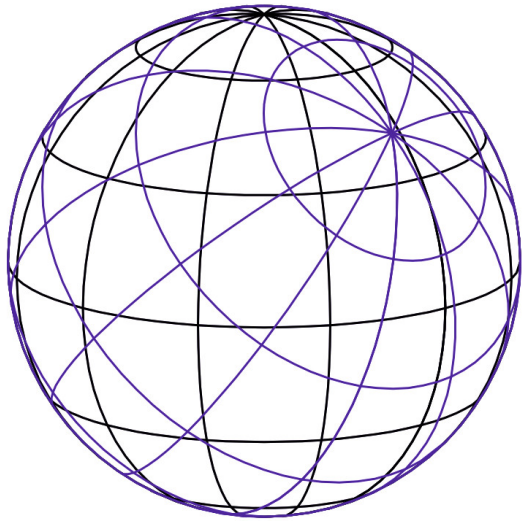


Uspravna i poprečna konusna projekcija

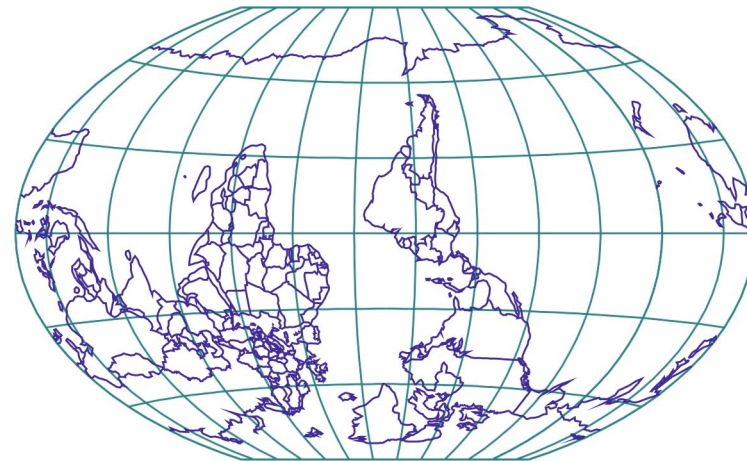


Mreža meridijana i paralela za uspravnu projekciju

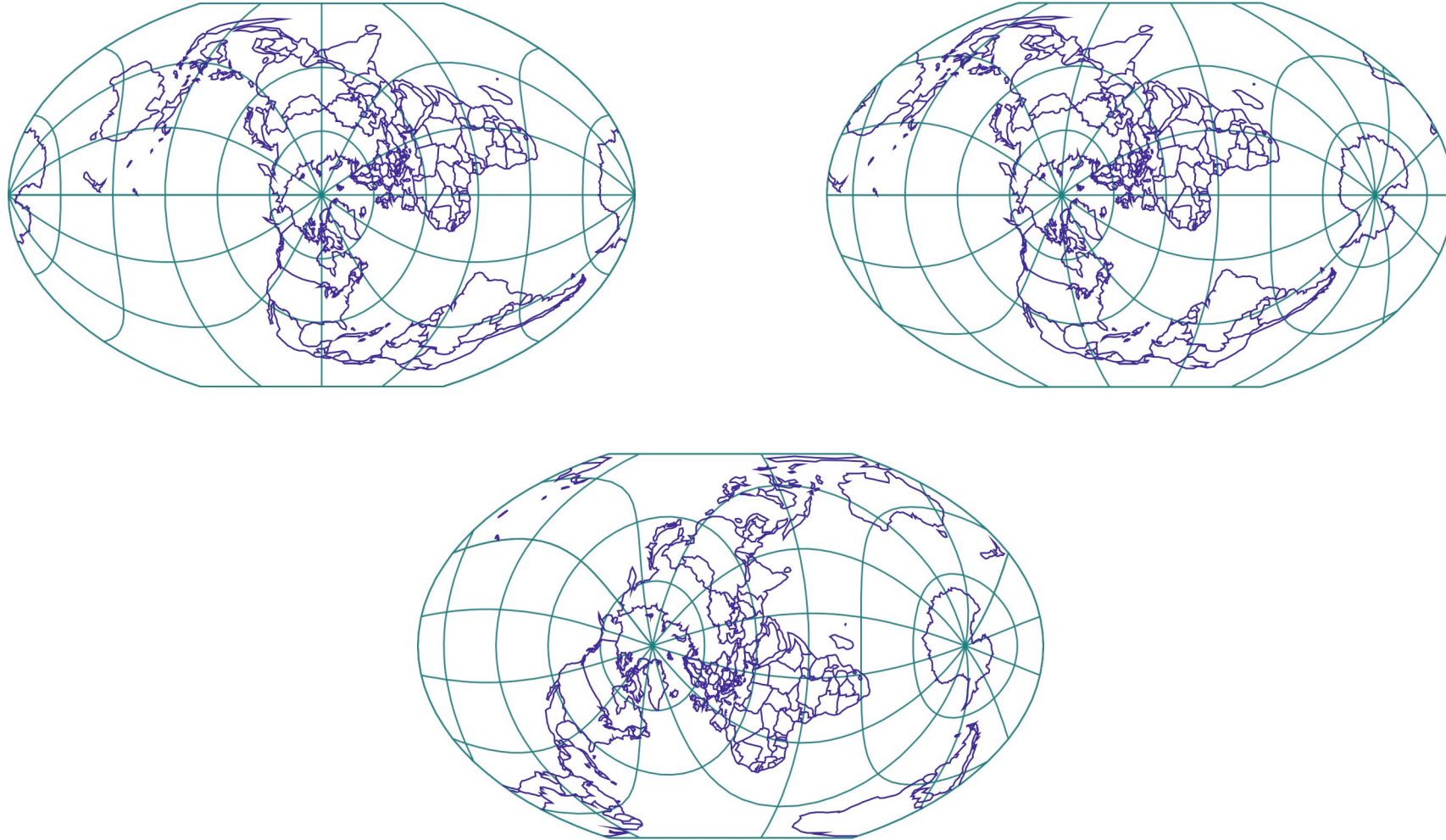
Kako nastaju poprečne i kose projekcije?



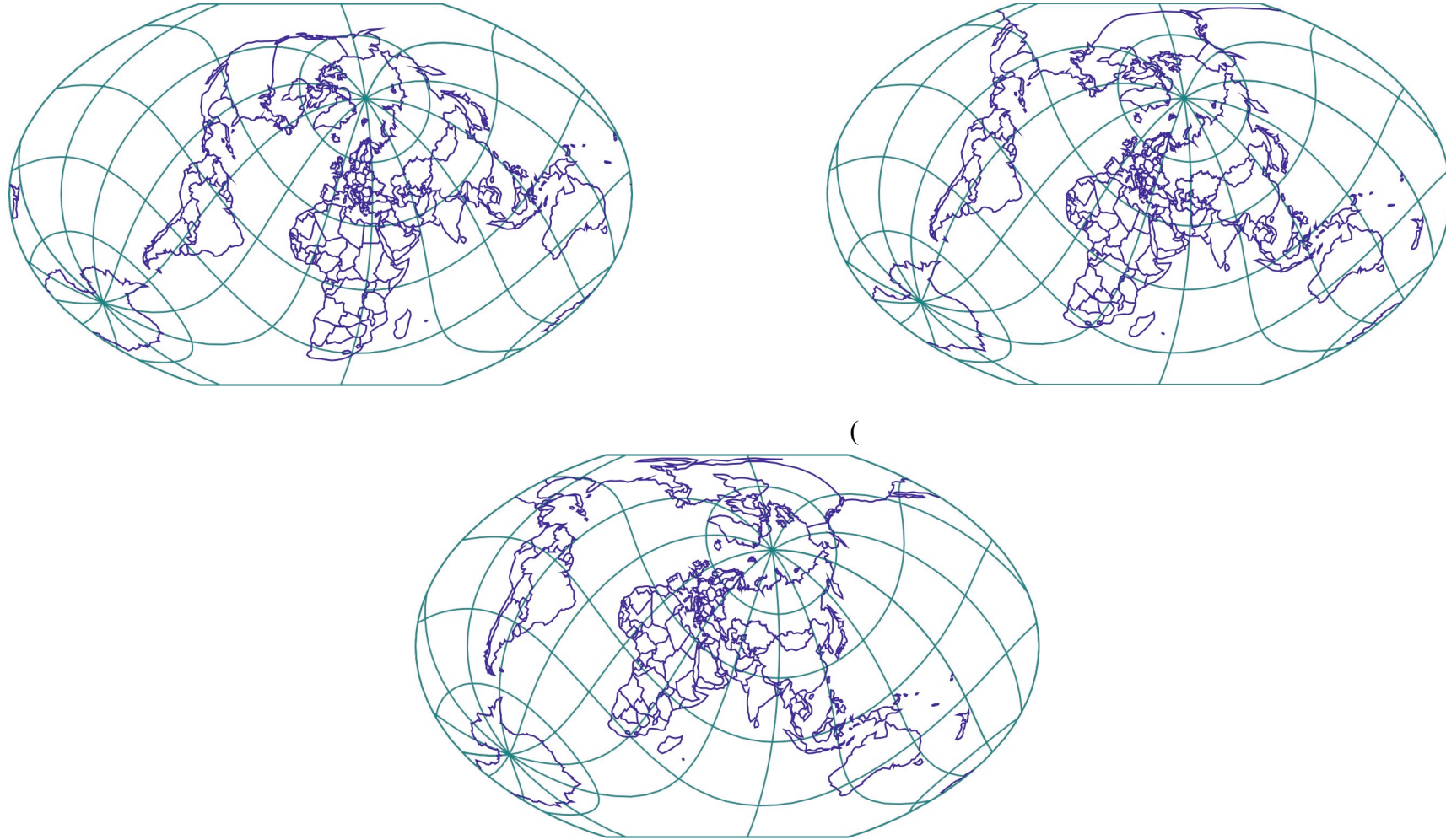
Mreža pseudomeridijana i pseudoparalela za kosu projekciju



Dvije karte svijeta u uspravnoj Winkelovoj trostrukoj projekciji

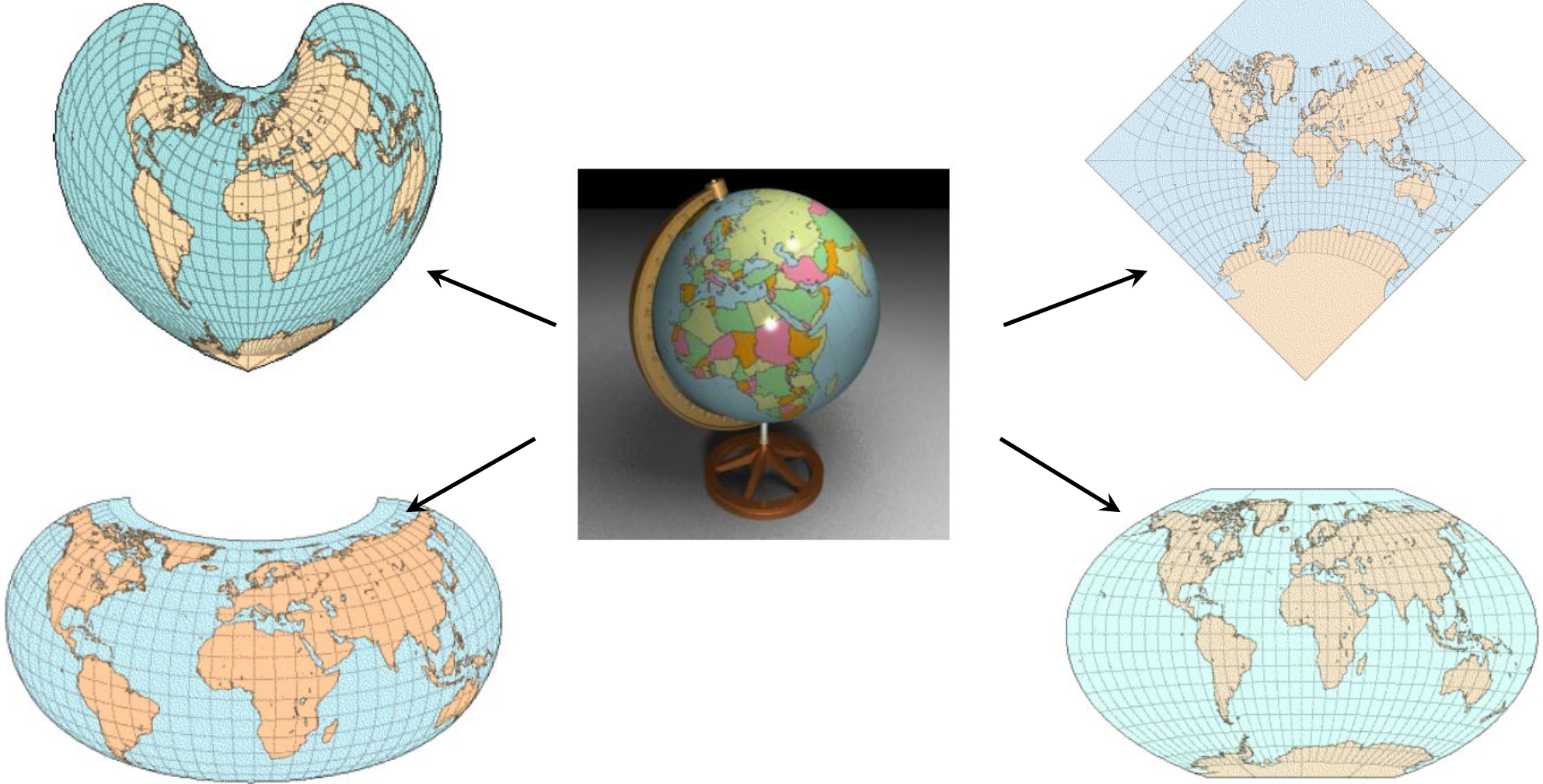


Tri karte svijeta u poprečnoj Winkelovoj trostrukoj projekciji



Tri karte svijeta u kosoj Winkelovoj trostrukoj projekciji

Ispravno



Inizistiranje na cilindričnim i konusnim projekcijama je nepotrebno i kontraproduktivno!



Uglavnom pogrešno

tkz. ?

Ne postoje dodirni meridijani!

Ne postoji valjak!

## **Gauß-Krügerova projekcija (općenito)**

Zemlja je preslikana na niz valjaka (120) tkz. zone preslikavanja širine  $3^\circ$ .

**Dodirni** je svaki treći meridijan računajući od Greenwich-kog meridijana.

**Plašt valjka dodiruje** odabrani meridijan i on se naziva središnji meridijan.

Ishodište koordinatnog sustava je u presjeku središnjeg meridijana i ekvatora.

Gauß-Krügerova projekcija je transverzalna ili poprečno cilindrična projekcija, a obzirom na deformacije ona je konformna.

Pogrešno

Nema valjka!

Nema zonu širine  $6^\circ$ !

Kakva bi to bila službena projekcija koja nije definirana na jedinstven način!

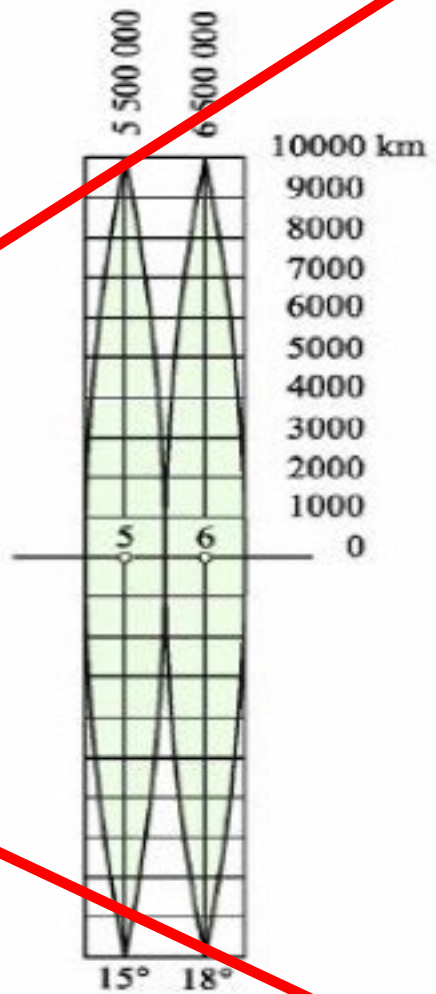
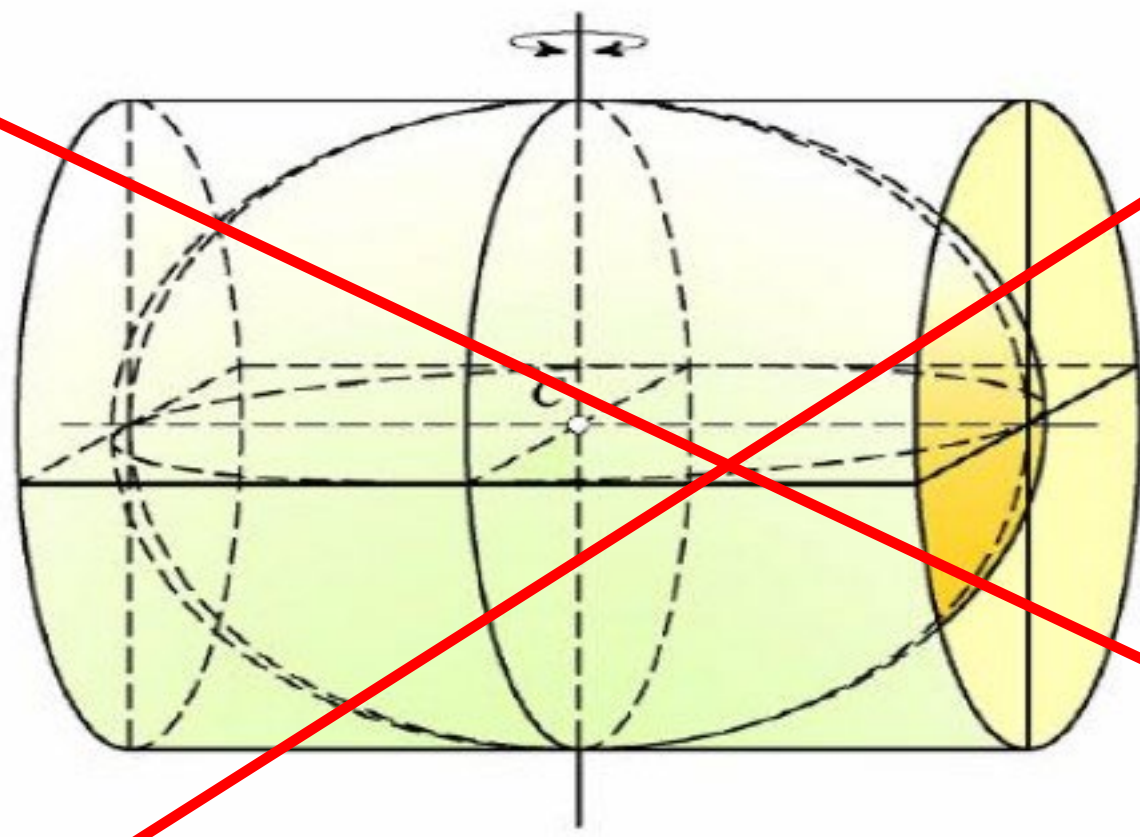


Poprečna Mercatorova (Gauss-Krügerova) **-TM za Hrvatsku**

Hrvatska je preslikana na **jedan valjak**, koji dodiruje elipsoid po meridijanu  $16^\circ 30'$ , te ima jednu zonu širine  $6^\circ$

Projekcija je transverzalna (poprečno) cilindrična, konformna, središnji meridijan je  $16^\circ 30'$ , preslikava se u pravoj veličini ili je mjerilo uzduž njega konstantno.

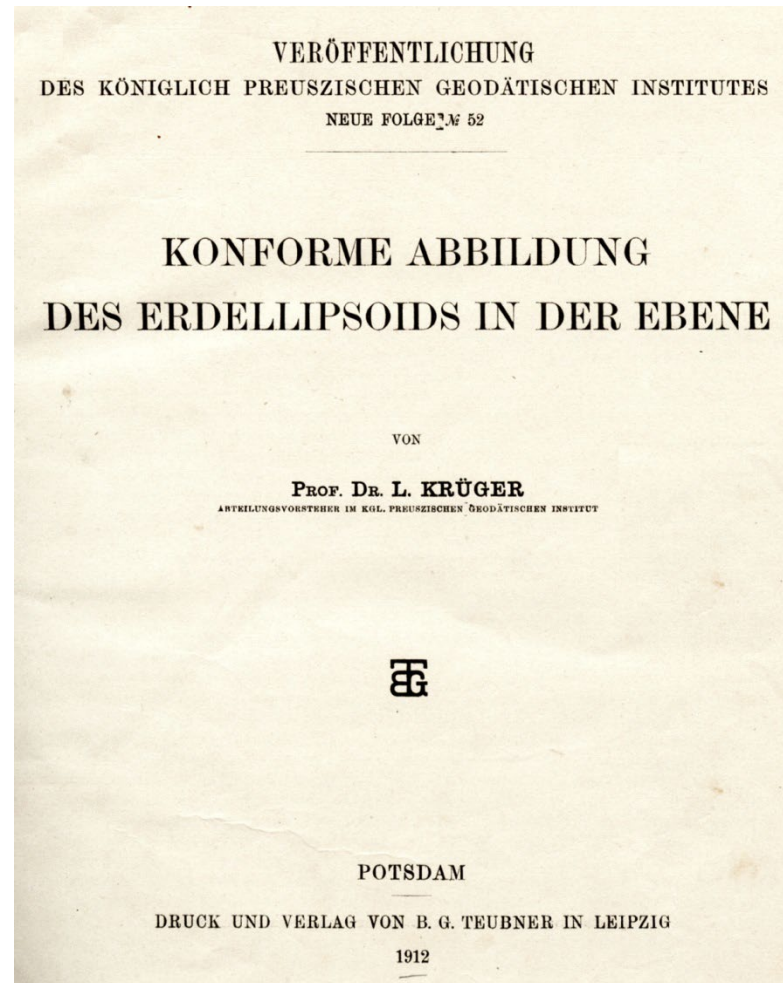
Pogrešno



Ne postoji valjak!

Ne postoje dodirni meridijani!

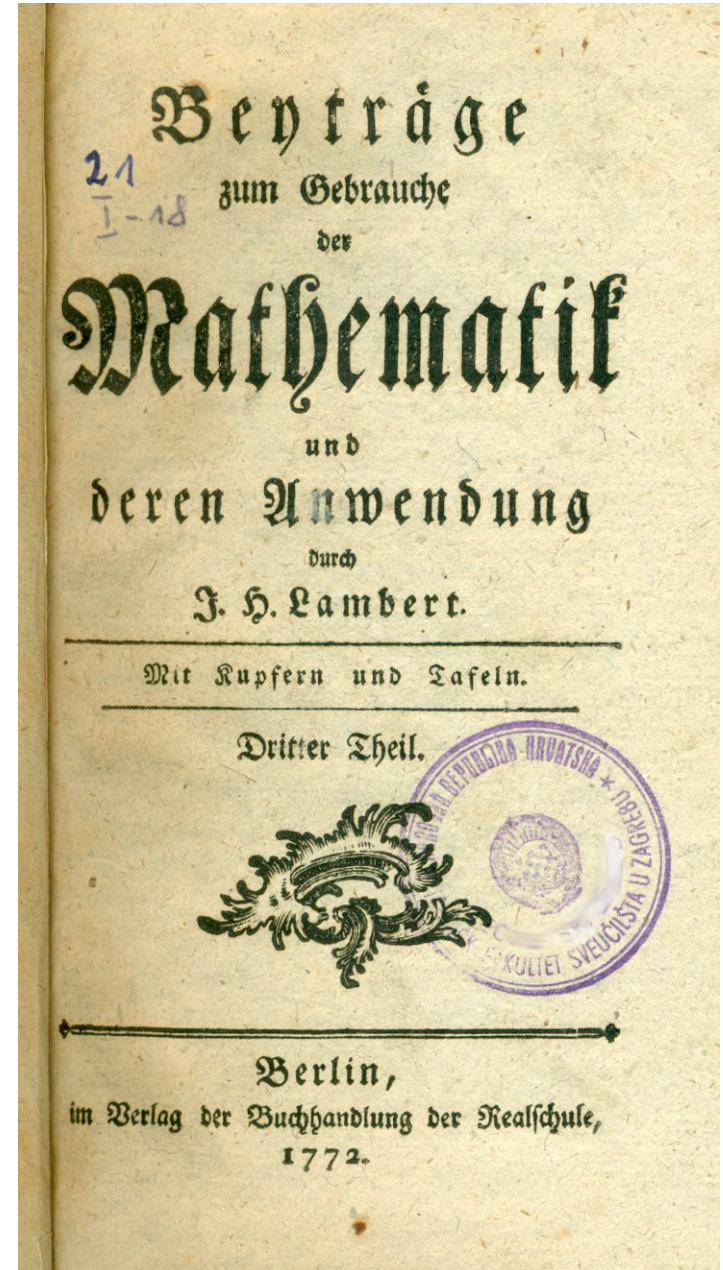
Luis Krüger



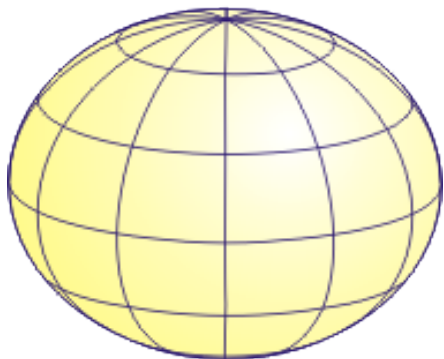
Johann Heinrich Lambert



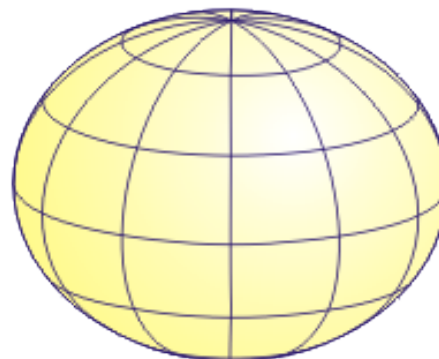
Doprinosi upotrebi matematike i njezine primjene



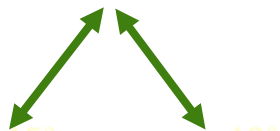
Besselov elipsoid



Elipsoid GRS80

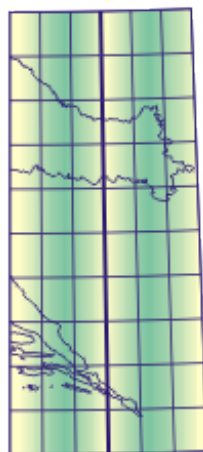
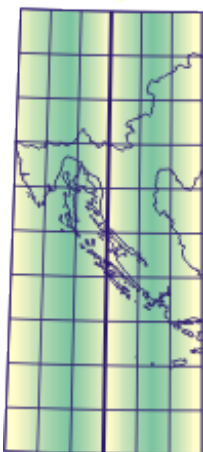


Transformacija datuma



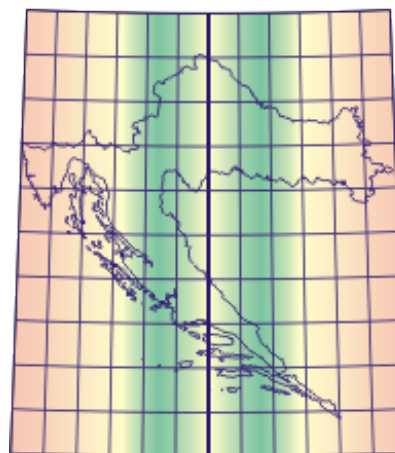
15°

18°



5.

6.



16°30'

Gauss-Krügerova projekcija  
1924-2010

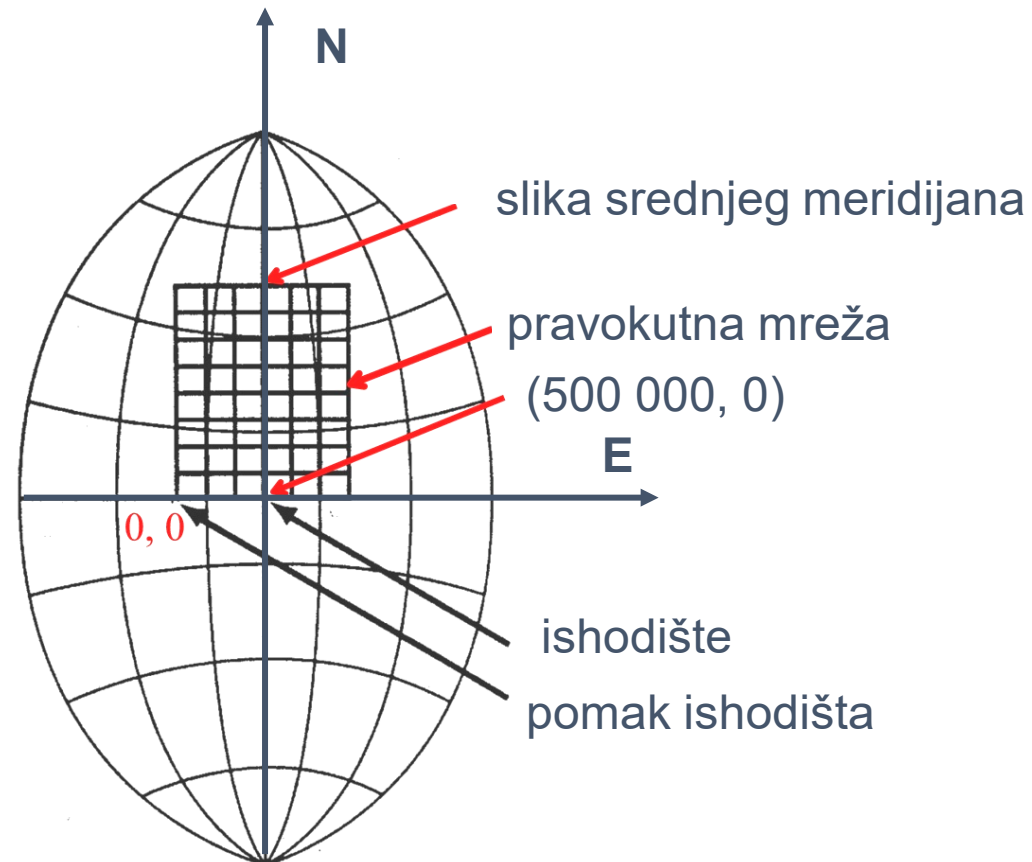
Poprečna Mercatorova projekcija HTRS96/TM  
2010 -

## HTRS96/TM

- Jedinstveni koordinatni sustav kartografske projekcije za čitavo područje Hrvatske
- Poprečna Mercatorova (Gauss-Krügerova) projekcija
- Geodetski datum HTRS96
- Srednji meridijan  $16^{\circ}30'$
- Linearno mjerilo na srednjem meridijanu 0,9999
- Konstanta koje se dodaje koordinatama istočno je 500 000 m
- Oznake koordinata E, N
  
- U službenoj primjeni od **1. siječnja 2010.**

## HTRS96/TM

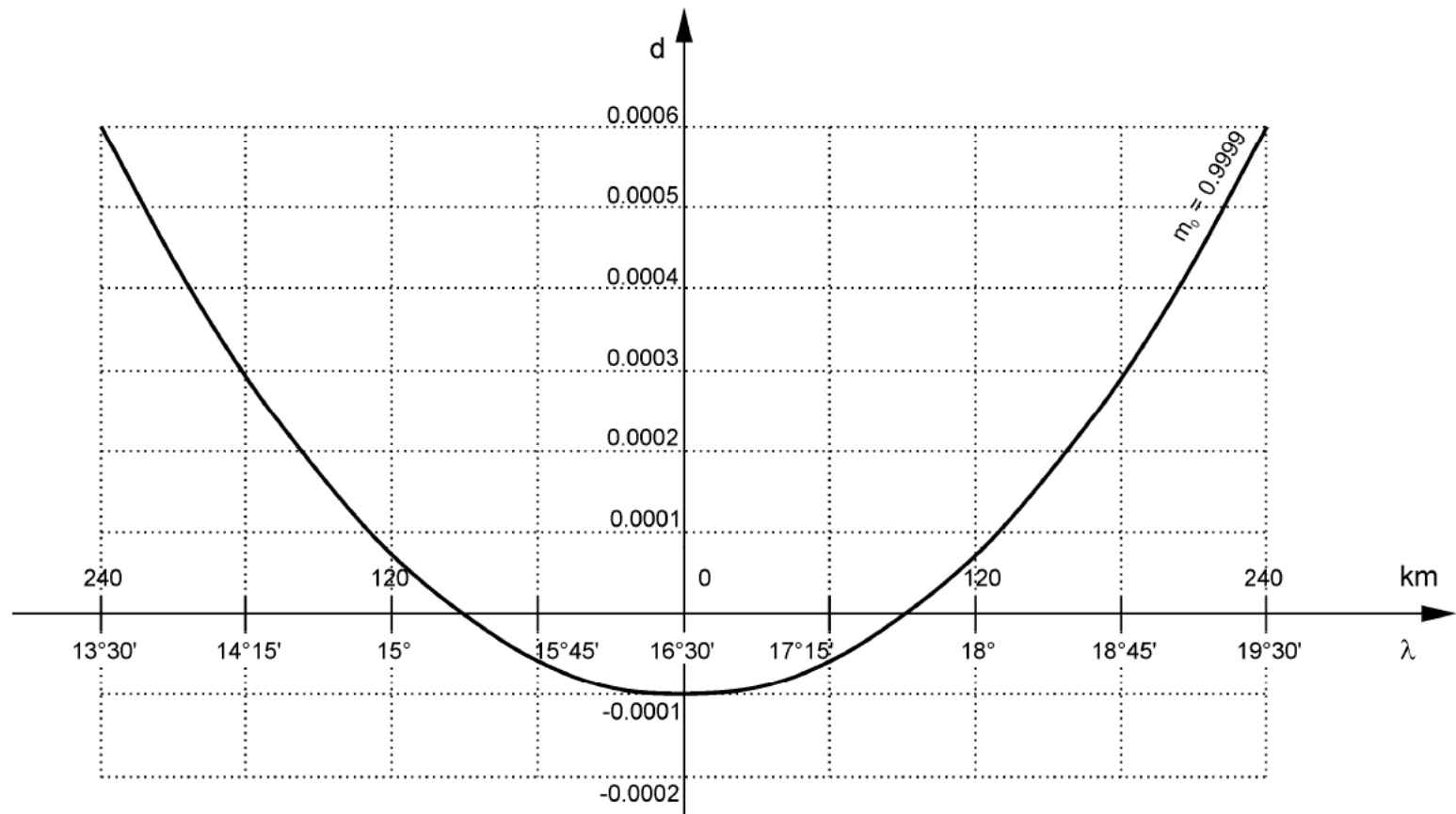
- Konformna kartografska projekcija
- Srednji meridijan preslikava se kao pravac i njegova slika je os N
- Ekvator se preslikava kao pravac i njegova slika je os E
- Sve druge krivulje na elipsoidu općenito se preslikavaju kao krivulje u ravnini



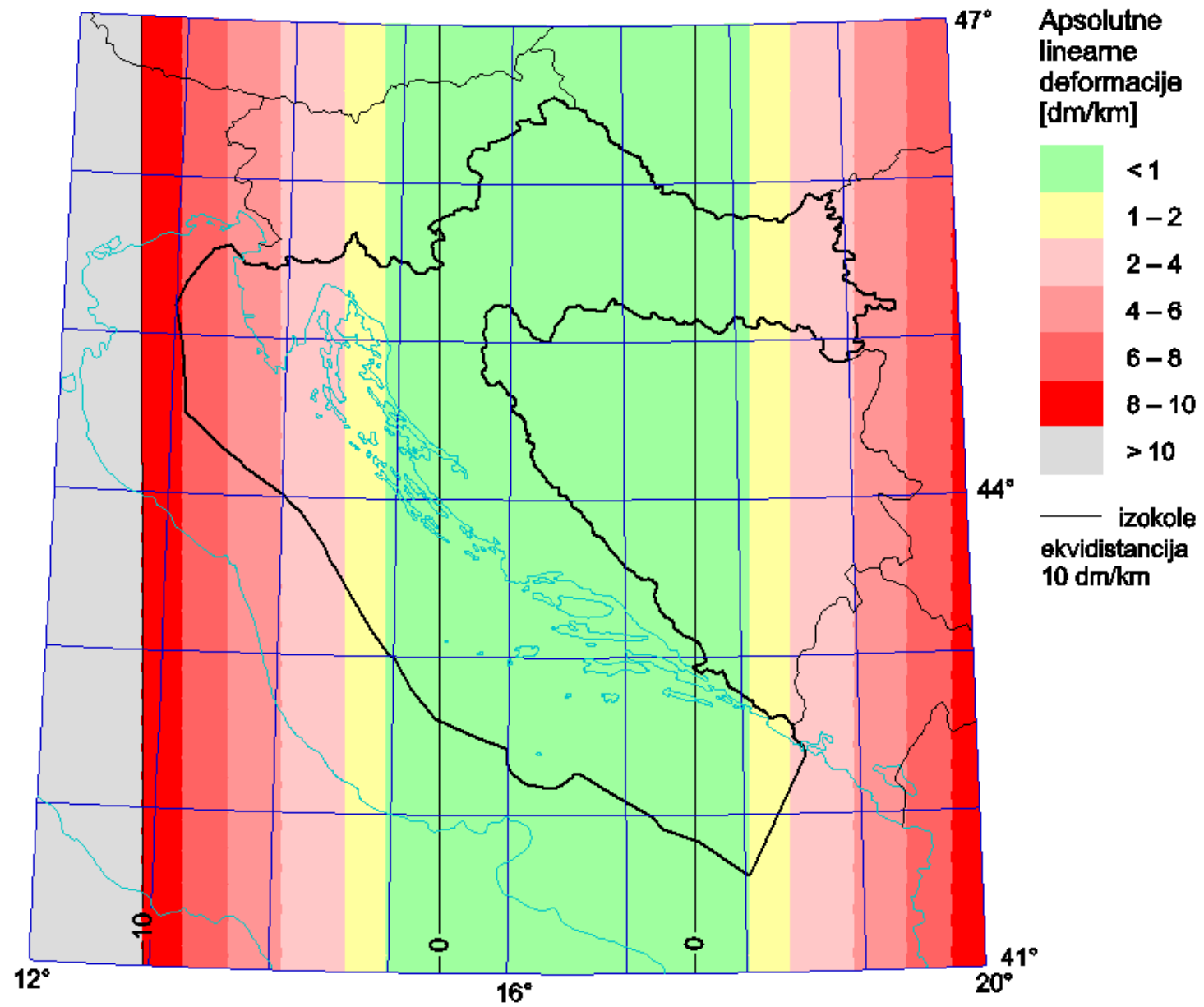


## HTRS96/TM

- Linearne deformacije mijenjaju se u svakoj točki, a najviše ovise o udaljenosti točke od srednjeg meridijana
- Na krajnjim područjima Hrvatskog kopna linearne deformacije dostižu do 5 dm/km.

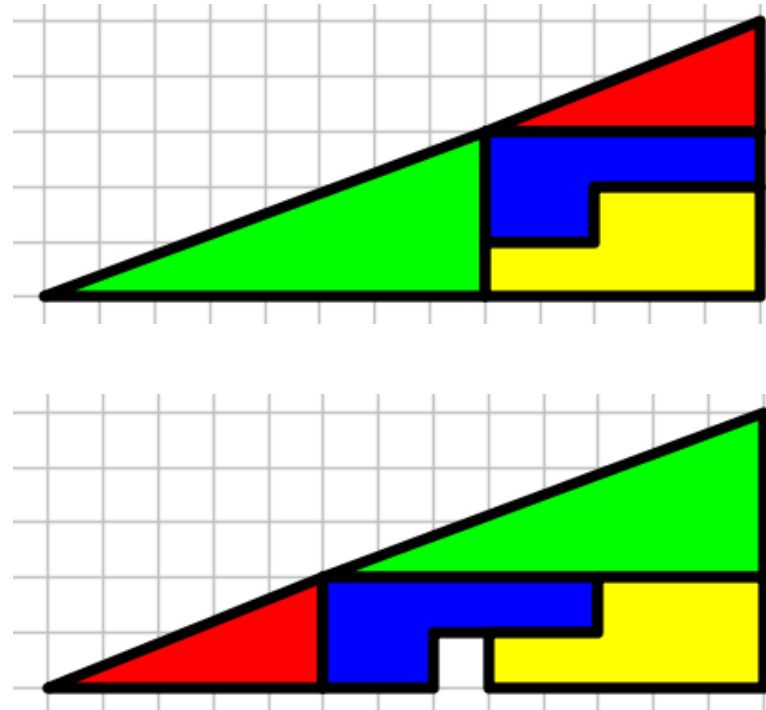


HTRS96/TM



## HTRS96/TM

- Kako u praktičnim radovima ne bi trebalo uvijek iznova razmišljati o tome treba li ili ne treba voditi brigu o deformacijama projekcije, preporuča se upotreba takvog softverskog rješenja koje će uvijek voditi računa o mogućim deformacijama.
- Ako su deformacije zanemarive, jasno je da njihov utjecaj neće doći do izražaja u konačnom rezultatu.



- Izmjera na terenu

- Svođenje izmjerenih duljina i površina na plohu elipsoida
- Svođenje izmjerenih duljina i površina u ravninu projekcije – množenje s linearnim mjerilom odnosno mjerilom površina,

$$\mathbf{d}_p = m\mathbf{d}_e, \quad \mathbf{P}_p = m^2\mathbf{P}_e, \quad m - \text{linearno mjerilo}$$

- Računanje kao i do sada s pomoću formula ravninske geometrije

- Upotreba karata i planova (baza podataka, GIS)

- Mjerene duljine i površine na kartama podijeliti s linearnim mjerilom odnosno mjerilom površina

$$\mathbf{d}_e = \mathbf{d}_p/m, \quad \mathbf{P}_e = \mathbf{P}_p/m^2, \quad m - \text{linearno mjerilo}$$

HTRS96/TM

$$m_1 = m_0 \left( 1 + \frac{\bar{N}^2}{2R^2} \right)$$

$$m_0 = 0,9999$$

$$R = 6377000 \text{ m}$$

## HTRS96/TM

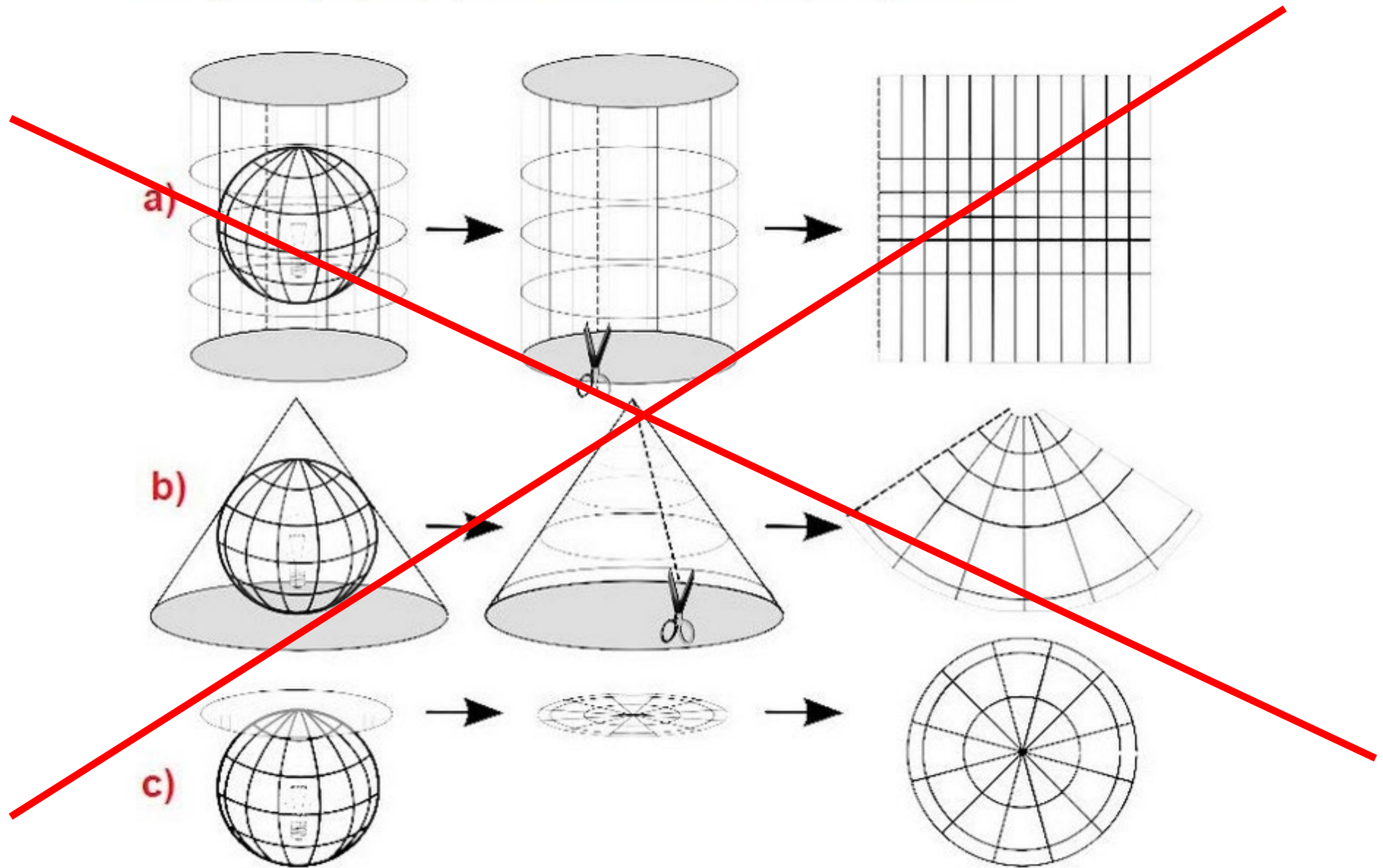
- Utjecaj deformacija koje na površine uvodi nova projekcija 10-tak je puta manji od dozvoljenih odstupanja za dvostruka mjerenja
- I tako male deformacije uklanjaju se pri računanju
- Kartografska projekcija **ne mijenja površine** kad se u račun uzmu deformacije projekcije.
- Kartografska projekcija **ne mijenja duljine** kad se u račun uzmu deformacije projekcije.
- Svaka konformna kartografska projekcija preslikava duljine i površine s deformacijama

- Suvremeni koordinatni sustavi u Hrvatskoj pretpostavka su visoke kvalitete geodetskih radova u budućnosti
- Suvremena mjerna tehnika omogućuje automatsko rješavanje pitanja svodjenja mjerenja na različite plohe i računanje veličina na njima
- Geodetski stručnjaci morali bi prednjačiti u razumijevanju prirode geodetskih mjerenja i upotrebe suvremenih rješenja
- Poželjna je i potrebna suradnja s drugim strukama (građevinari, arhitekti, geografi, GIS-ovci, geoznanstvenici ...)

Provjerimo što smo naučili

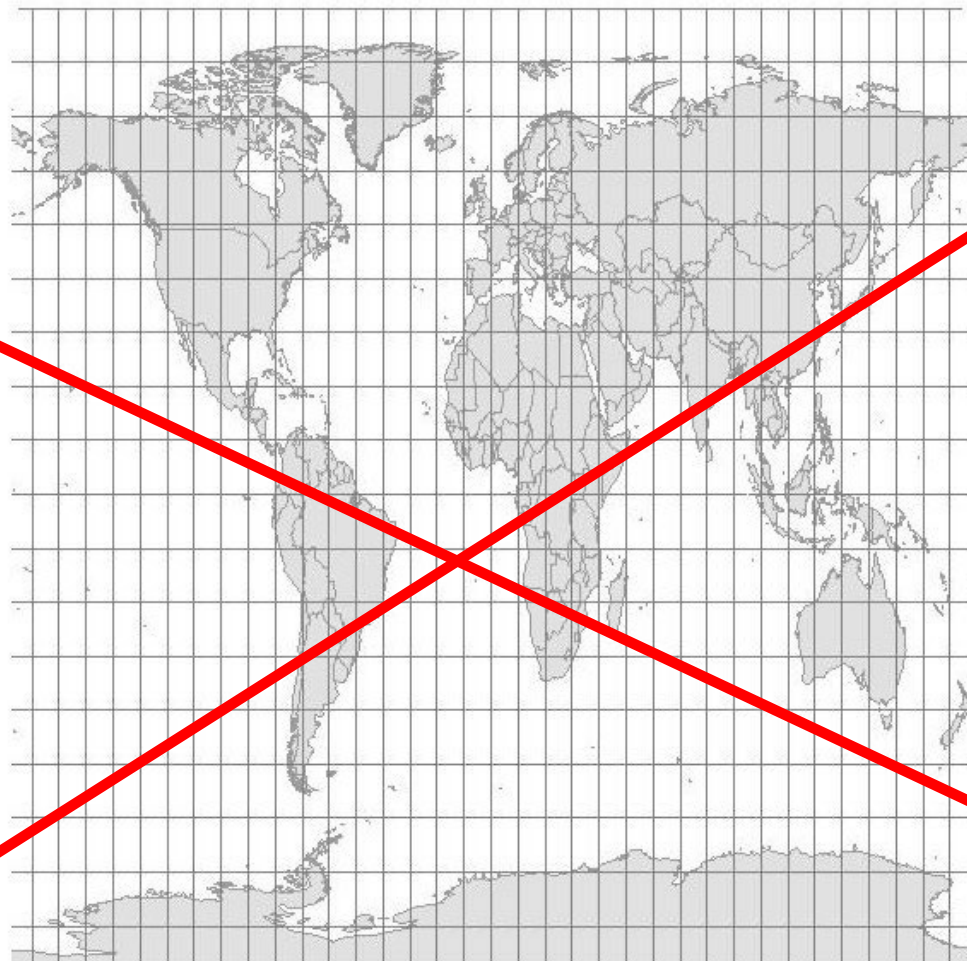


Kartografske projekcije prema obliku mreže meridijana i paralela. \*



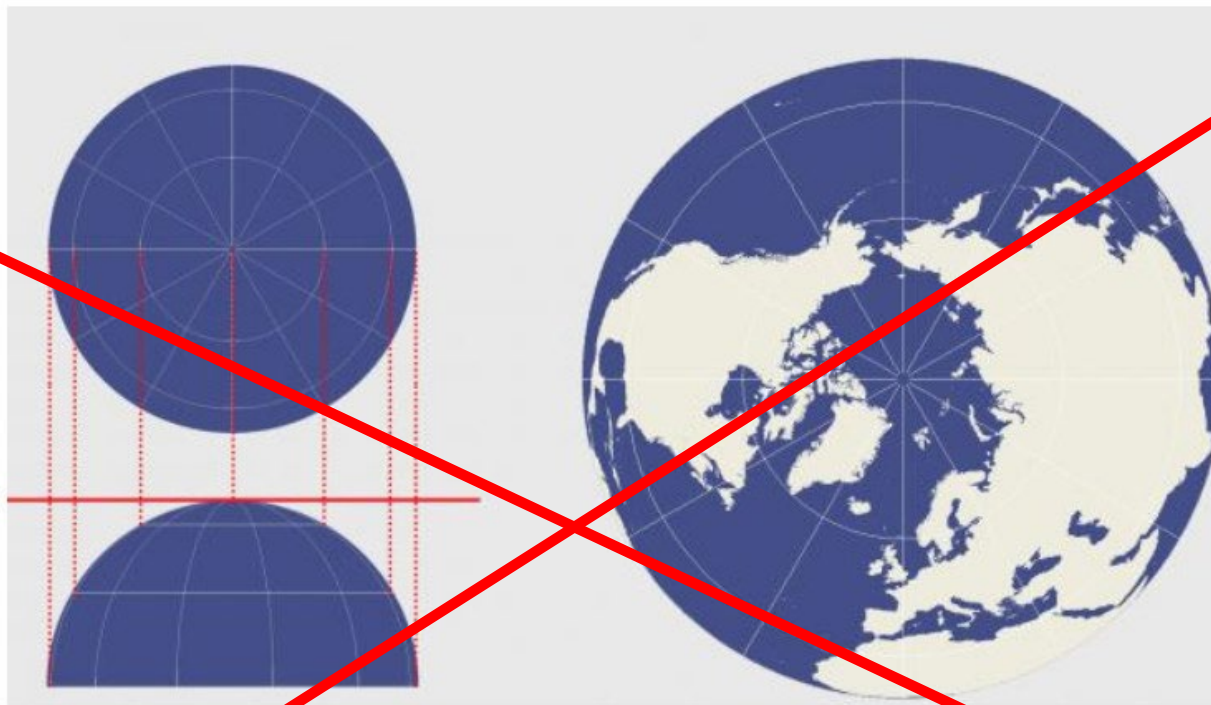
Kod ove projekcije nastoji se smanjiti deformacije, no nije očuvan niti jedan element vjernosti. Ova projekcija se naziva:

\* 1 point



- Uvjetna uspravna pseudocilindrična projekcija
- Uspravna ekvidistantna cilindrična projekcija
- Uspravna konformna cilindrična projekcija
- Uspravna ekvivalentna cilindrična projekcija

Projekcije koje predstavljaju projekciju elipsoida na ravnu plohu nazivaju se: \* 1 point



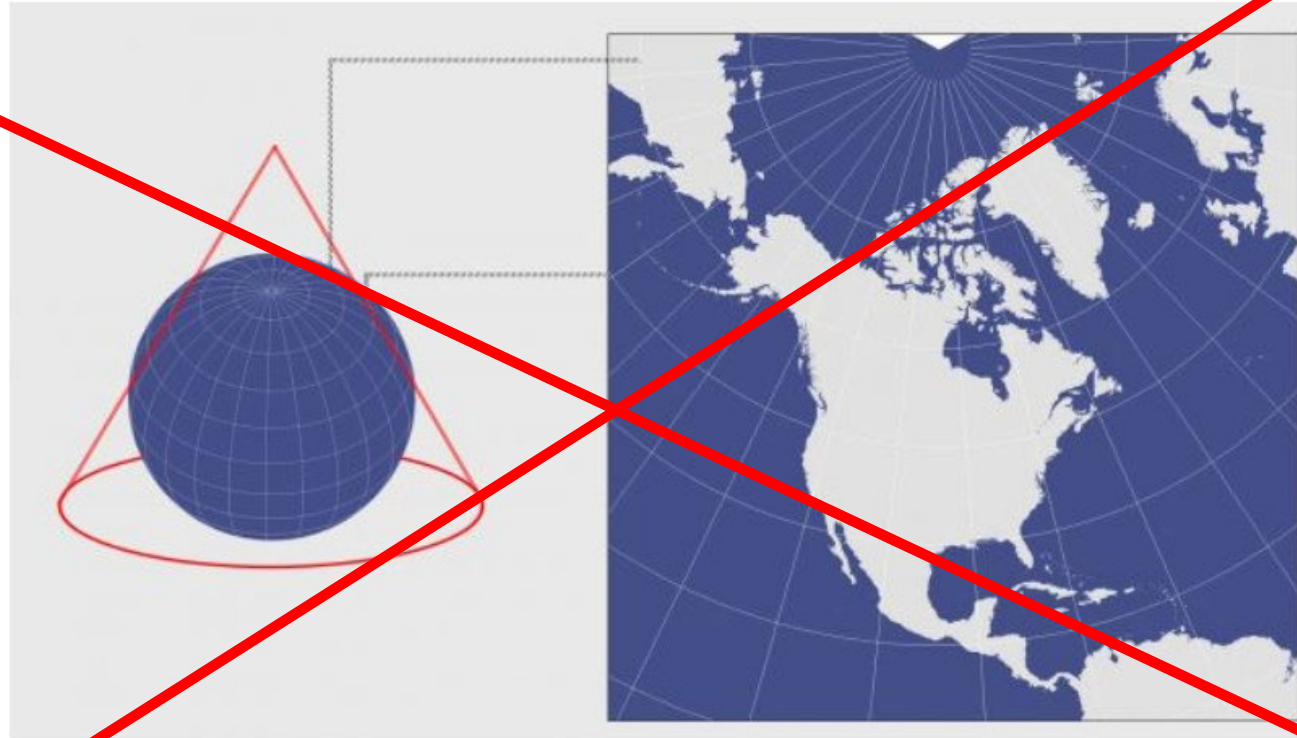
- Azimutalne projekcije
- Ravninske projekcije
- Konusne projekcije
- Cilindrične projekcije
- Pseudocilindrične
- Pseudokonusne

Projekcije se prema polu normalne kartografske mreže dijele na:



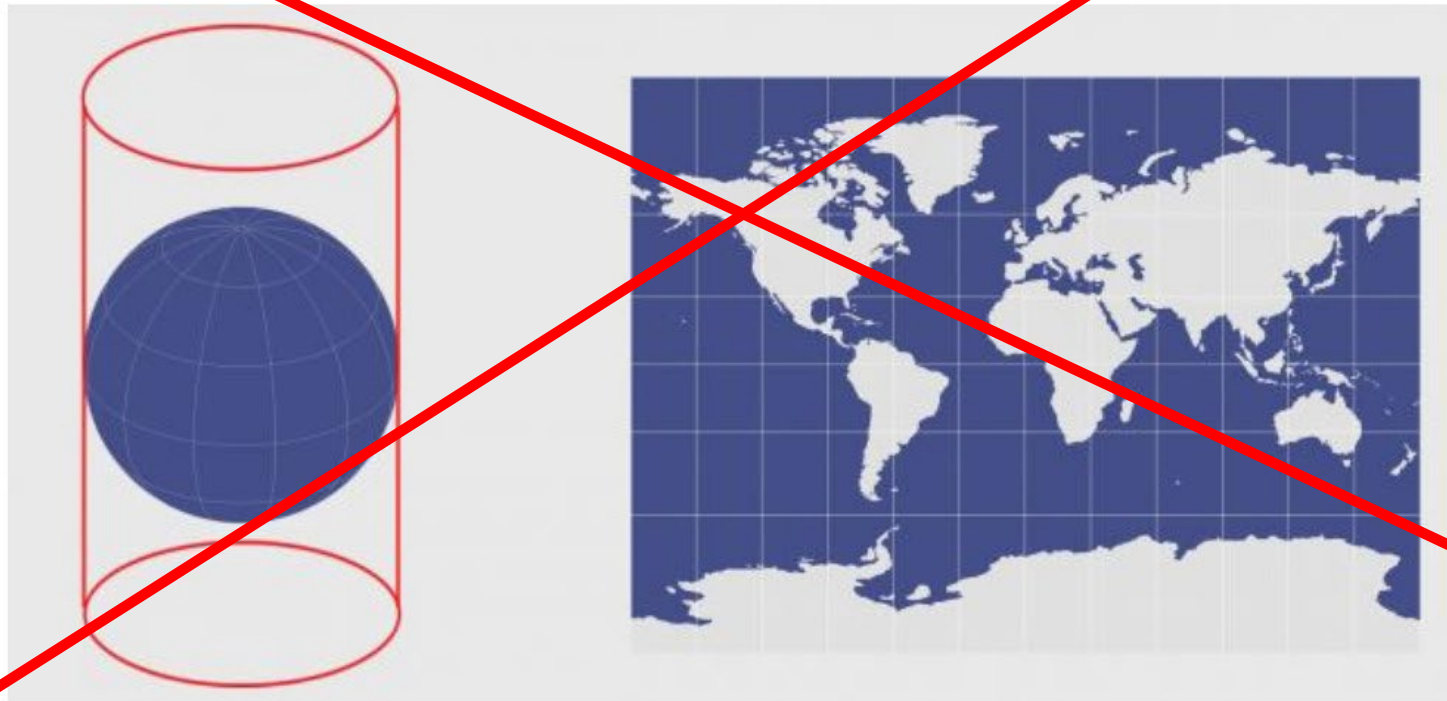
- uspravne
- horizontalne
- okomite
- poprečne
- konusne
- kose

Projekcije koje predstavljaju projekciju elipsoida na plašt stošca. Stožac se poklapa s elipsoidom u jednoj ili dvije paralele na kojima nema deformacija i nazivaju se standardnim paralelama. Udaljavanjem od standardnih paralela deformacije se sve više povećavaju.



- Konusne projekcije
- Cilindrične projekcije
- Kružne projekcije
- Azimutalne projekcije

Projekcije koje predstavljaju projekciju elipsoida na plašt valjka, pri čemu se ekvator bez deformacija projicira na konstruirani cilindar (poklapa se sa zamišljenim plaštom valjka), dok udaljavanjem od ekvatora deformacije rastu. Meridijani su usporedni vertikalni pravci, a paralele horizontalni pravci okomiti na meridijane. Sve paralele i svi meridijani iste su duljine. Takve projekcije nazivamo:



Choose



Što ćemo zapamtiti?



Profesoru ne treba vjerovati!

Mislimo kritički, a ne preuzimajmo bez razmišljanja.

Uvijek se moramo pitati zašto je nešto takvo kakvim nam to prikazuju,  
može li se to dobiti na drugi način,  
može li se to izvesti jednostavnije, ljepše, bolje,  
jeftinije, kraće ... ?



Hvala na pozornosti!  
[profesorlapaine@gmail.com](mailto:profesorlapaine@gmail.com)